P Funktionen

P1 Wiederholung

Funktionen fast überall

P1 Die Höhe der Rutschbahn beträgt 41 m.
Nach etwa 10 m beginnt das Gefälle, das nach etwa 20 m das Maximum erreicht. Erst auf 10 m über dem Boden wird es wieder flacher. Die Auslaufstrecke beträgt rund 50 m.
Die Geschwindigkeit nimmt dem Gefälle entsprechend etwa nach 20 m stark zu und erreicht beim Abflachen das Maximum von etwa 105 km/h. Dann nimmt die Geschwindigkeit gleichmässig ab. Mit einer Restgeschwindigkeit von 10 km/h erfolgt die starke Bremsung durch den Übergang von der Rutsche ins Auffangbecken.
Der gesamte Rutsch dauert wohl keine 10 Sekunden. Die Zeit kann aber nur schwer aus der Grafik abgelesen werden.

P2 **a)** 3750 m **b)** 2850 m **c)** 2900 m **d)** 3850 m
e) 3375 m **f)** 900 m **g)** 3420 m
h) 700, 1100 und 1950 m
i) ja **j)** nein

P3 In einem Tag gibt es 2 Wellen, also etwa 6 Stunden von Ebbe bis Flut und umgekehrt. Beim genaueren Betrachten stellt man fest, dass z. B. von der Marke 23. April bis zur Marke 9. Mai (16 Tage) 31 Wellen sind, was einen genaueren Wert von Ebbe zu Flut von 6.2 Stunden ergibt.

Tidenhub
in der Nacht auf den 18. April: 4.9 m
mittags am 24. April: 3.3 m
usw.

Die Differenz Ebbe-Flut (Tidenhub) ist bei Vollmond und bei Neumond am grössten.
Grösste Flut: 19. April mittags
Kleinste Ebbe: 6. Mai mitternachts
Ab 8. Mai abwechselnd grosse Schwankung - kleine Schwankung. d. h. grössere Flut und grössere Ebbe, dann kleinere Flut und kleinere Ebbe usw.

P4 Der Schulweg ist 10 km lang und Maria benötigt dafür 24 min.
Für die ersten 3 km braucht Maria 12 min, es geht wahrscheinlich bergauf, dann macht sie 2 min Pause, die restlichen 7 km legt sie in 10 min zurück.
Steile Kurve bedeutet schnelle Fahrt.
Flache Kurve bedeutet langsame Fahrt.

P5 **a)** –

b) (Mittlere) Beschleunigungen:
Zug 0.5 m/s^2, Auto 3.70 m/s^2, Roller 1.03 m/s^2, Traktor 1.39 m/s^2, Porsche 0.55 m/s^2
Das Auto hat die grösste Beschleunigung.
Der Porsche beschleunigt deshalb langsamer, weil er schon eine hohe Geschwindigkeit hat.

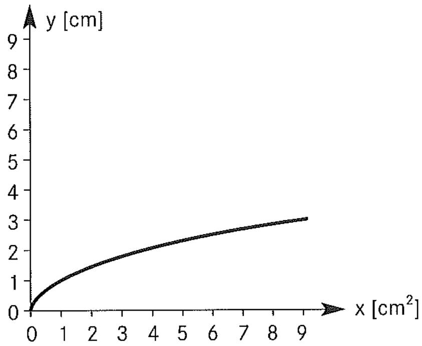
Rechne die Geschwindigkeitsdifferenz zuerst in m/s um.

P6
a) ca. 700, 3000, 750
b) ca. 100, 500, 3100
c) 0.75 % bzw. 0.6 %
d) 80 bzw. 87 Jahre
e) 72 und 89 Jahre

P7 **a)**

x [cm^2]	1	2	2.25	4	5.76	7.29	8	9
y [cm]	1	$\sqrt{2}$	1.5	2	2.4	2.7	$\sqrt{8}$	3

b)



P8 $y = \sqrt{x}$

P9 **a)**

x	0	1	2	3	4	5	6
y	750	1300	1850	2400	2950	3500	4050

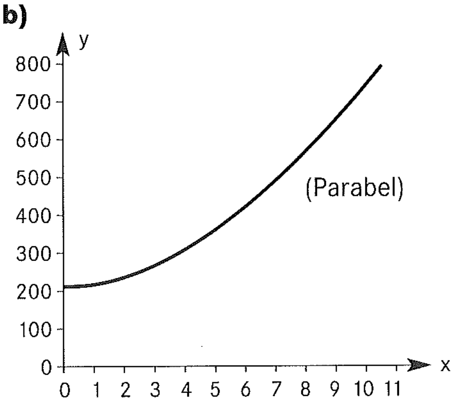
b) 13 950 Fr.

P10 $y = f(x) = 750 + 550x$

P11 **a)**

x	6	7	8	9
y	400	465	540	625

b)



P12 $y = f(x) = 220 + 5x^2$

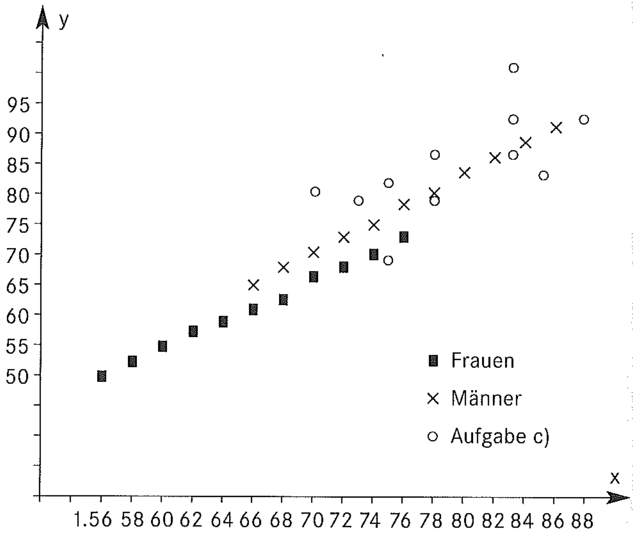
P13 Die Zuordnung Note x $\mapsto$ Punktzahl y ist keine Funktion, da sie nicht eindeutig ist. Einer Note sind zwei verschiedene Punktzahlen zugeordnet.

Umgekehrt wäre aber die Zuordnung Punktzahl y $\mapsto$ Note x eine Funktion.

P14 **a)** und **d)** sind Funktionen; **b)** ist keine Funktion, da nicht jedem Element von A ein Element von B zugeordnet wird; **c)** ist keine Funktion, da die Zuordnung nicht eindeutig ist.

Achte darauf, ob es x-Werte gibt, denen mehr als ein y-Wert zugeordnet ist.

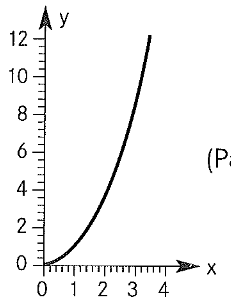
P15 **a)**



b) Die Zuordnung Grösse x $\mapsto$ Gewicht y ist nicht eindeutig und somit keine Funktion.
c) Die meisten der 11 Männer haben Übergewicht.
d) –
e) –

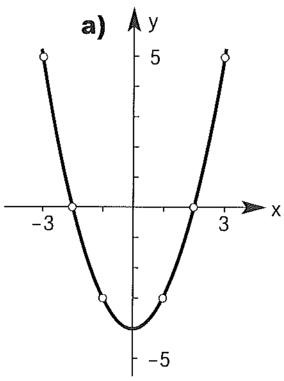
P16

x	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5
y	0.25	1	2.25	4	6.25	9	12.25



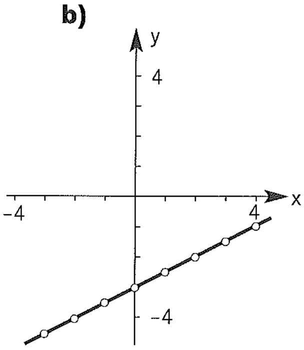
(Parabel)

P17 **a)**



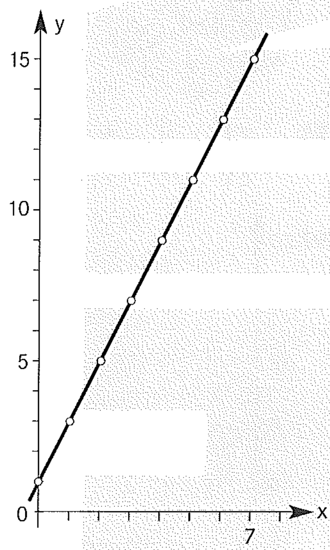
(Funktionsgleichung $y = x^2 - 4$)

b)



(Funktionsgleichung $y = \frac{1}{2}x - 3$)

c)

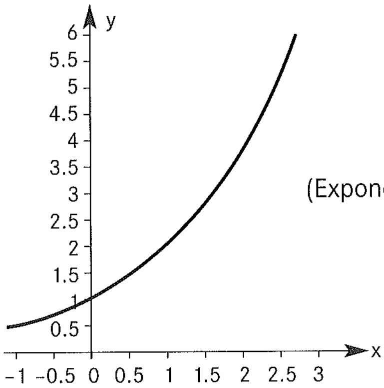


(Funktionsgleichung $y = 2x + 1$)

P18 **a)** $x \mapsto y = f(x) = 2x + 1$ **b)** $x \mapsto y = f(x) = 4x - 2$

c) $x \mapsto y = f(x) = x^2 + 1$ **d)** $x \mapsto y = f(x) = \dfrac{2}{x + 1}$

P19 $x \mapsto y = f(x) = 2^x$

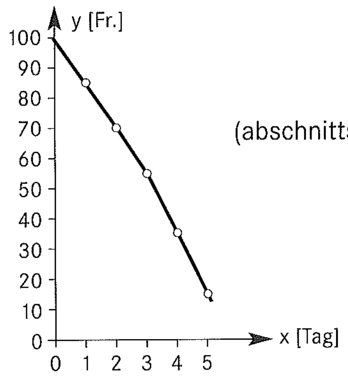


(Exponentialkurve)

P20 **a)**

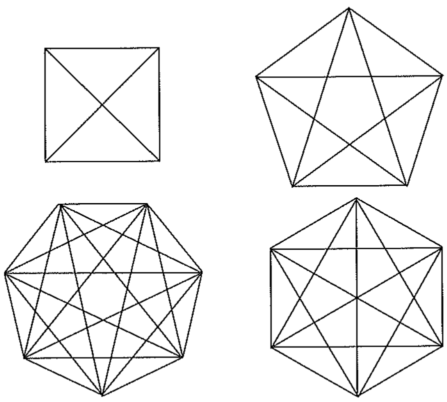
x	0	1	2	3	4	5
y	100	85	70	55	35	15

b)



(abschnittsweise linear)

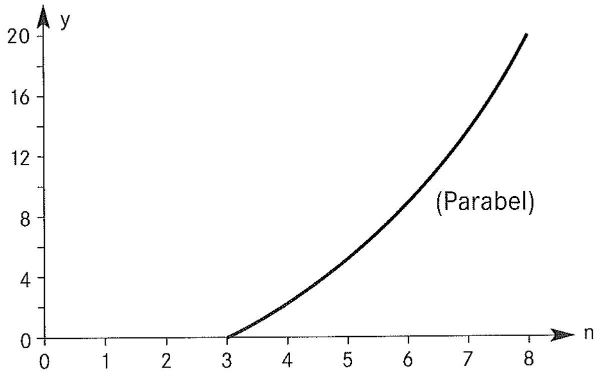
P21 **a)**



b)

n	3	4	5	6	7	8	9
y	0	2	5	9	14	20	27

c)



(Parabel)

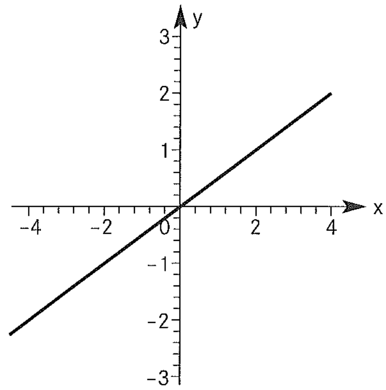
d) Fehler in der ersten Auflage des Schülerbuches.
x: statt 6 → 7, statt 8 → 9

Fehler in der ersten Auflage des Schülerbuches
y: $\frac{1}{2}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 1, \sqrt{2}, 2, \sqrt{8}, 4, \sqrt{32}$

P22 $y = f(n) = \frac{1}{2}n(n-3)$

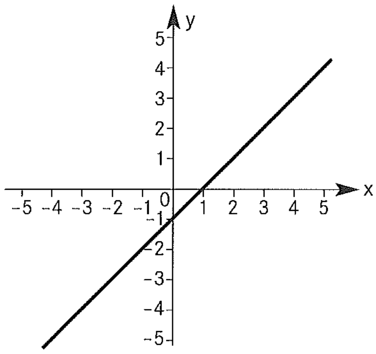
P23

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	-2	-1.5	-1	-0.5	0	0.5	1	1.5	2



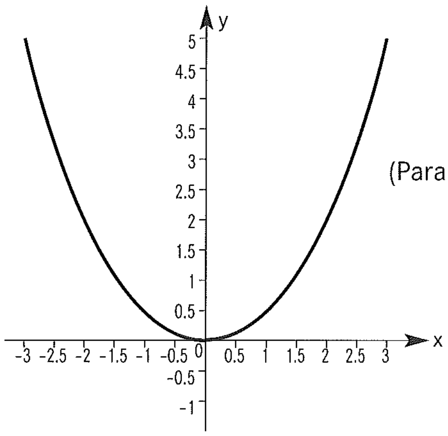
P24

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
y	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4



P25

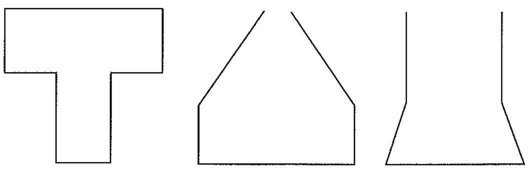
x	-3	-2.5	-2	-1.5	-1	-0.5	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3
y	4.5	3.125	2	1.125	0.5	0.125	0	0.125	0.5	1.125	2	3.125	4.5



(Parabel)

P26 Ac, Bd, Ca, De, Eb

P27



P28

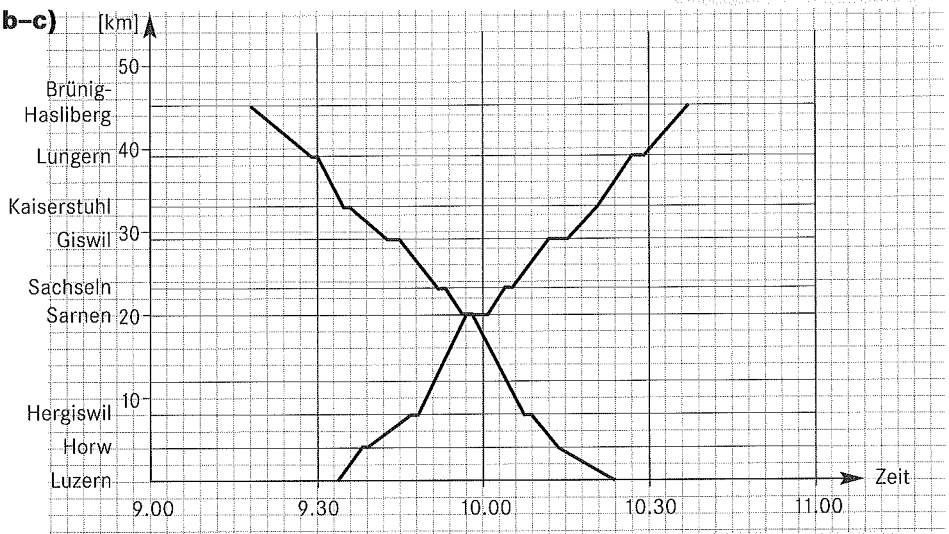
a) SBB Travel Online

Reisebegleiter

Verbindung 2:
Luzern → Brünig-Hasliberg, Bahnhof

Bahnhof	**An**	**Ab**
Luzern		9:34
Horw	9:38	9:39
Hergiswil	9:47	9:48
Sarnen	9:58	10:01
Sachseln	10:04	10:05
Giswil	10:12	10:16
Kaiserstuhl	10:21	10:21
Lungern	10:27	10:29
Brünig-Hasliberg	10:37	
Fahrtdauer:	1:03	

b–c)



d) Man bestimmt den Schnittpunkt der Graphen.
Die Züge kreuzen sich um 9^{58} Uhr in Sarnen.

P29

Gleichzeitig mit dem Start des Bergsteigers bergwärts soll eine fiktive Bergsteigerin talwärts auf der gleichen Route hinunterklettern. Gleichgültig welches Tempo sie einschlagen wird, es gibt einen Begegnungspunkt zur gleichen Tageszeit.

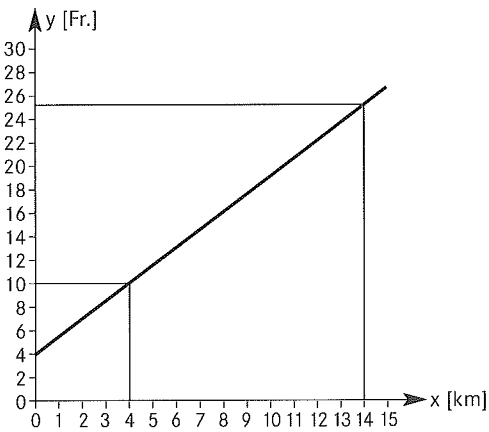
Hast du P28 schon gelöst?
Es hat mit Teil d) zu tun.

P30

a)

x	1	2	3	4	5	10	15
y	5.5	7	8.5	10	11.5	19	26.5

b)



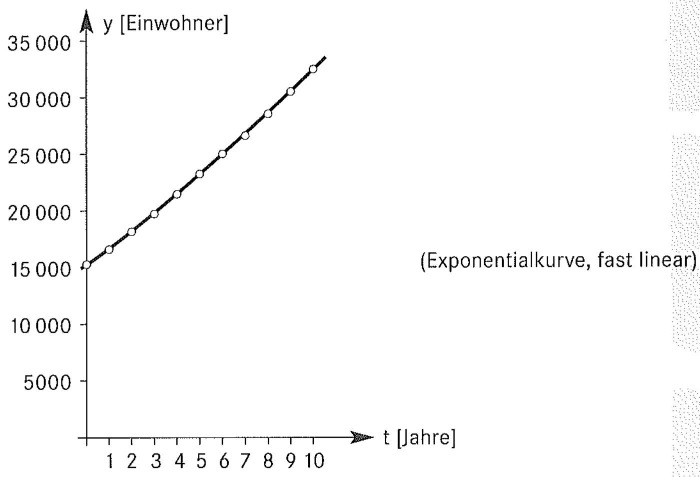
c) 4 km, 14 km

P31

$y = f(x) = 4 + 1.5x$

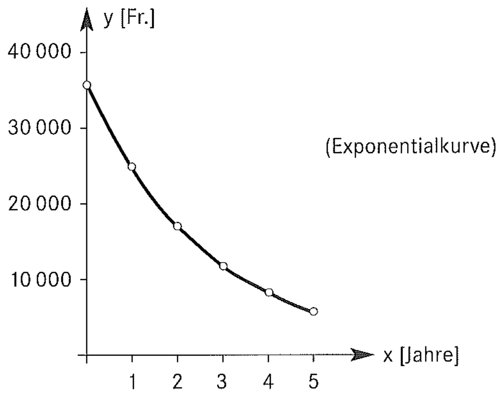
P32

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y	16 848	18 196	19 652	21 224	22 922	24 755	26 736	28 874	31 184	33 679



P33

x	1	2	3	4	5
y	25 200	17 640	12 348	8643.6	6050.50



P34

a) x: Alter, y: Länge in cm

xM	9	12	15	xK	9	12	15
yM	133	150	163	yK	135	150	169

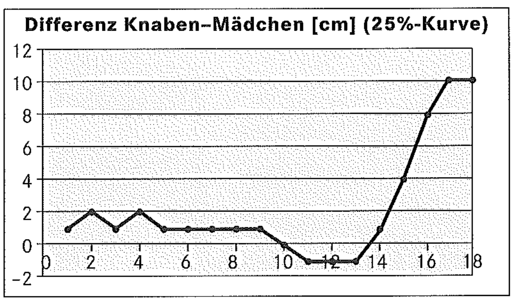
x: Alter, y: Gewicht in kg

xM	9	12	15	xK	9	12	15
yM	28	39	52	yK	28	38	54

b) 50 kg
Ein Viertel der 15-jährigen Knaben wiegen 50 kg oder weniger.

c) Bei 10 % von 60, also bei 6 Mädchen ist eine Körpergrösse von 142 cm oder weniger zu erwarten.

d)



Zusatzmaterial P/3

Interpretation: Die 25-%-Knaben sind bis im Alter von etwa 10 Jahren immer leicht grösser als die 25-%-Mädchen. Zu Beginn der Pubertät sind jedoch die Mädchen etwas grösser. Mit 14 Jahren holen die Knaben aber sehr rasch auf und werden dann rund 10 cm grösser.

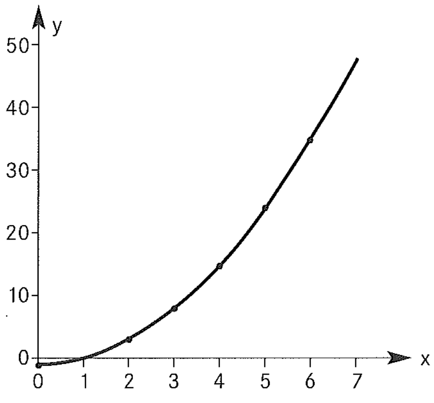
Kontrollaufgaben

P35

a) Um 9.00 Uhr 5.5 °C, um 12.00 Uhr 8.5 °C, um 23.00 Uhr 6 °C.

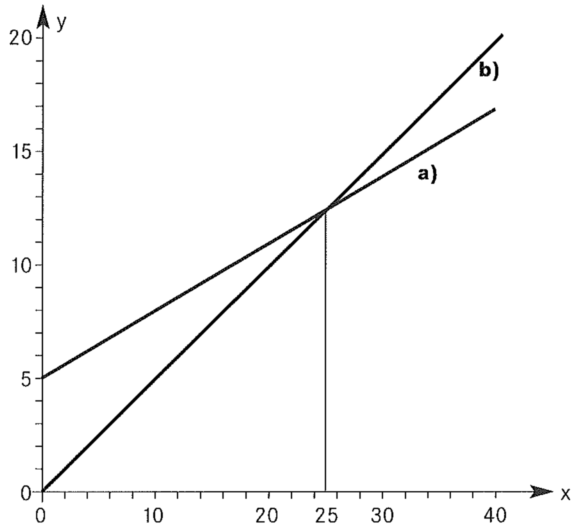
b) Höchsttemperatur ca. 15.00 Uhr (10.7 °C)
Tiefsttemperatur ca. 5.30 Uhr (1.7 °C)

P36



(Parabel)

P37



a) 8.60, 12.20, 15.80 Fr.
$y = 5 + 0.3x$

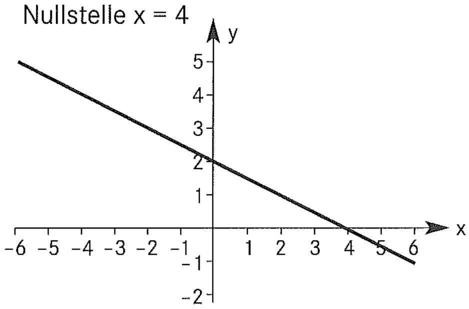
b) 6, 12, 18 Fr.
$y = 0.5x$

c) bei 25 Bildern (Schnittpunkt der Graphen)

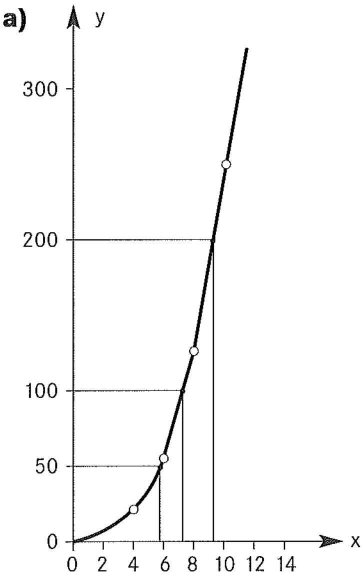
P38

x	-5	-3	-1	0	1	3	5
y	4.5	3.5	2.5	2	1.5	0.5	-0.5

Nullstelle x = 4



P39 **a)**



b) 5.8, 7.4, 9.3 cm

c) $f(x) = 0.25x^3$

P40 $x \mapsto y = f(x) = x^2 - 1$

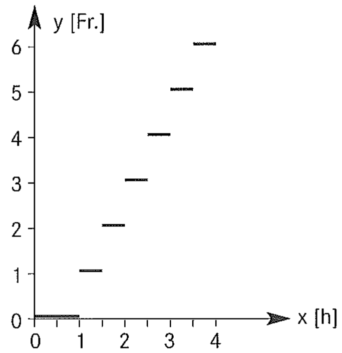
P2 Der exakte Funktionsbegriff

Neue Begriffe und Schreibweisen

P41 **a)**

x	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4
y	0	0	0	1	2	3	4	5	6

b)



c) Jeder Parkdauer wird eindeutig eine Parkgebühr zugeordnet.

d) $D = \{x \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x \leq 4\}$ $W = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

P42 a), c), d)

b) Wenn eine Parallele zur y-Achse den Graphen mehr als einmal schneidet, ist die Zuordnung nicht eindeutig und somit keine Funktion.

P43 a), d)

P44 b), c), d)

P45 **a)** Funktion **b)** keine Funktion **c)** Funktion

P46
a) $f: x \mapsto y = f(x) = 2x$ **b)** $f: x \mapsto y = f(x) = \frac{x}{3}$
c) $f: x \mapsto y = f(x) = x + 1$ **d)** $f: x \mapsto y = f(x) = \frac{1}{x}$
e) $f: x \mapsto y = f(x) = x^2$ **f)** $f: x \mapsto y = f(x) = |x|$

P47
a) $f(1) = 4$ **b)** $f(0) = 3$
c) $f(-1) = 2$ **d)** $f(-3) = 0$

P48
a) $f(1) = 10$ **b)** $g(3.5) = 0$
c) $g(-1) = 18$ **d)** $g(-99) = 410$

P49 **a)** $x = 1$ **b)** $x = \frac{4}{5}$ **c)** $x = 0$ **d)** $x = 96$

Zu a) Löse die Gleichung $\frac{5}{4}x - 1 = 0.25$

P50 **a)** $\frac{1}{16}$ **b)** -4 **c)** $\frac{a^3}{2}$ **d)** $\frac{a^6}{2}$

P51 **a)** 0 **b)** 8 **c)** -1 **d)** 10 200

P52 **a)** $a^2 - 1$ **b)** $4a^2 - 1$ **c)** $a^2 - 2a$ **d)** $a^4 - 1$

P53
a) $x = \pm 2$ **b)** $x = \pm 1$ **c)** $x = \pm 0.5$
d) unmöglich, da $-3 \notin W_f$

Zu a) Löse die Gleichung $x^2 - 1 = 3$

P54
a) $f(3) = 11$ **b)** $g(8) = -1$ **c)** $f(2) = g(2)$
d) $f(1) > f(2)$ **e)** $-2 \in D_f$

P55
a) $3 \notin D_g$ **b)** $W_f \subset \mathbb{R}^+$ **c)** $3 \notin W_g$
d) $\mathbb{R}^+ \subset W_f$ **e)** $f(1) = 0$

P56 A, B, D, E liegen auf dem Graphen von f.

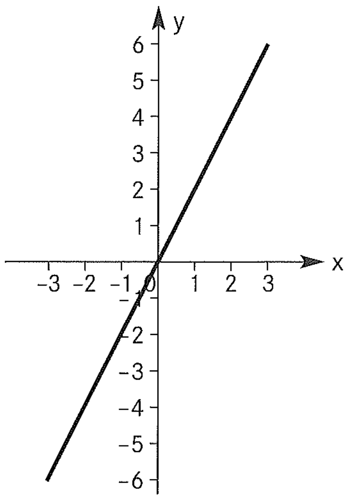
Setze die Koordinaten der Punkte in die Funktionsgleichung ein und überprüfe die Richtigkeit der Gleichung, z. B. für den Punkt A: $0 = \frac{1-1}{1}$ ist richtig, somit liegt A auf dem Graphen von f.

P57 A(1/90), B(−0.5/0), C(0/30), D(−0.5/0), $E\left(-\frac{5}{6}/-20\right)$

Setze die gegebene Koordinate für t oder s(t) ein und bestimme die fehlende Koordinate, z. B. für den Punkt A:
s(1) = 60 · 1 + 30 = 90,
somit A(1/90).

P58

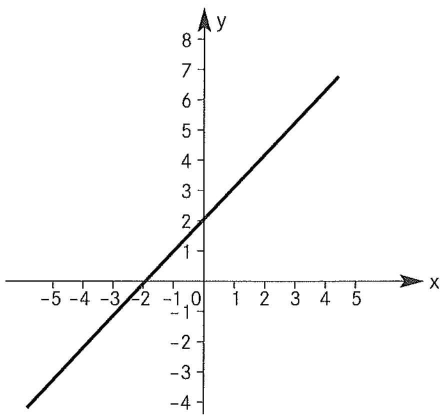
x	−3	−2	−1	0	1	2	3
y	−6	−4	−2	0	2	4	6



$D_f = \mathbb{R}$, $W_f = \mathbb{R}$

P59

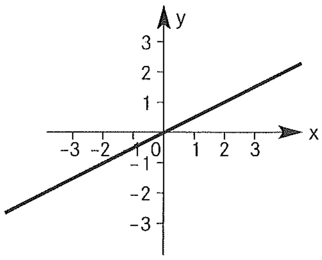
x	−5	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	5
y	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	5	6	7



$D_g = \mathbb{R}$, $W_g = \mathbb{R}$

P60

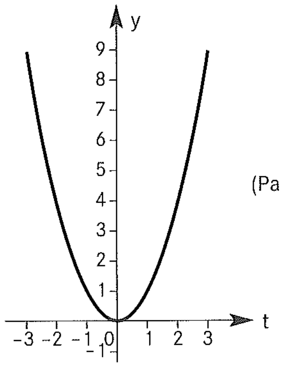
x	−5	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	5
y	−2.5	−2	−1.5	−1	−0.5	0	0.5	1	1.5	2	2.5



$D_h = \mathbb{R}$, $W_h = \mathbb{R}$

P61

t	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	9	4	1	0	1	4	9

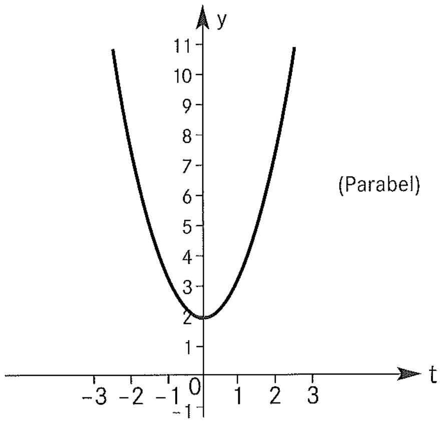


(Parabel)

$D_q = \mathbb{R}, W_q = \mathbb{R}_0^+$

P62

t	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	11	6	3	2	3	6	11

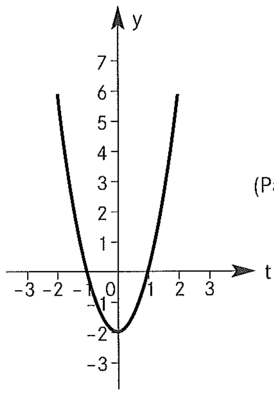


(Parabel)

$D_r = \mathbb{R}, W_r = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 2\}$

P63

t	-2	-1.5	-1	-0.5	0	0.5	1	1.5	2
y	6	2.5	0	-1.5	-2	-1.5	0	2.5	6

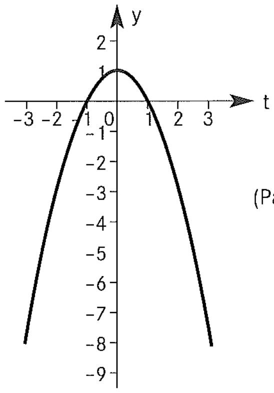


(Parabel)

$D_s = \mathbb{R}, W_s = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq -2\}$

P64

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-8	-3	0	1	0	-3	-8

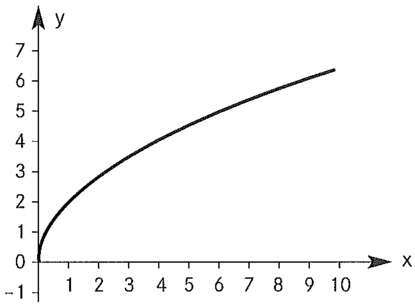


(Parabel)

$D_f = \mathbb{R}$, $W_f = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 1\}$

P65

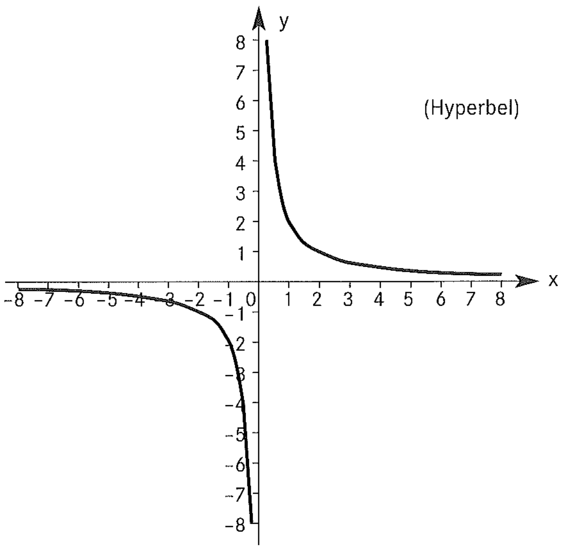
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
y	0	2	$2\sqrt{2}$	$2\sqrt{3}$	4	$2\sqrt{5}$	$2\sqrt{6}$	$2\sqrt{7}$	$4\sqrt{2}$	6



$D_f = \mathbb{R}^+$, $W_f = \mathbb{R}^+$

P66

x	0.25	0.5	0.75	1	1.5	2	3	4	5	6	7	8
y	8	4	$\frac{8}{3}$	2	$\frac{4}{3}$	1	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{1}{4}$
x	-0.25	-0.5	-0.75	-1	-1.5	-2	-3	-4	-5	-6	-7	-8
y	-8	-4	$-\frac{8}{3}$	-2	$-\frac{4}{3}$	-1	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{2}{5}$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{2}{7}$	$-\frac{1}{4}$

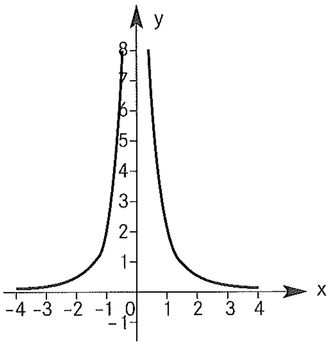


(Hyperbel)

$D_f = \mathbb{R}\backslash\{0\}$, $W_f = \mathbb{R}\backslash\{0\}$

P67

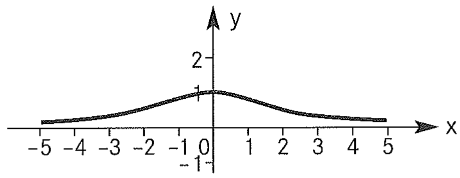
x	±0.5	±0.75	±1	±1.5	±2	±3	±4
y	8	$3.\overline{5}$	2	$0.\overline{8}$	0.5	$0.\overline{2}$	0.125



$D_f = \mathbb{R}\setminus\{0\}$, $W_f = \mathbb{R}^+$

P68

x	−5	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	5
y	0.1	0.2	0.3	0.5	0.8	1	0.8	0.5	0.3	0.2	0.1



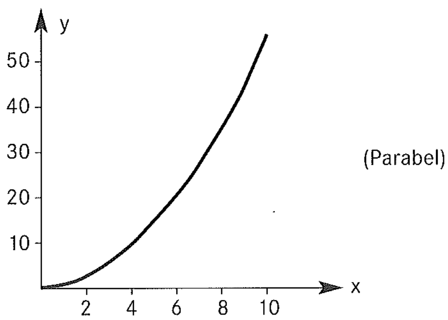
$D_f = \mathbb{R}$, $W_f = \mathbb{R}^+$

P69

a)

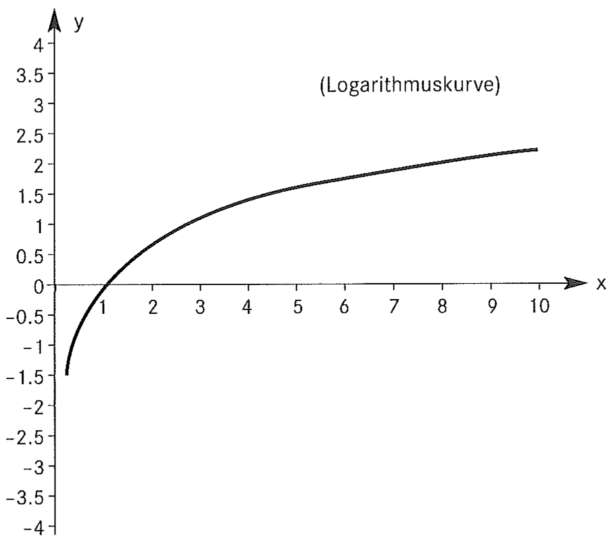
x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y	1	3	6	10	15	21	28	36	45	55

b)

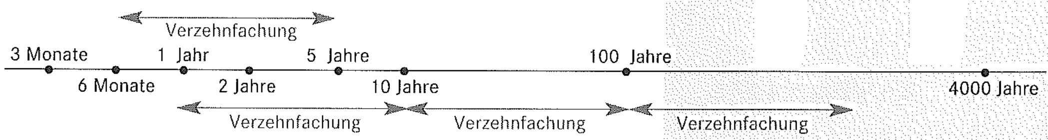


c) $s(n) = \frac{1}{2}n(n + 1)$

P70



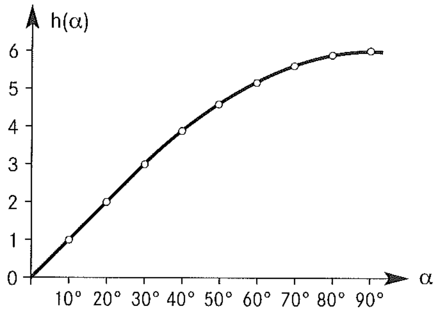
Logarithmisch gestauchte Zahlengerade:



Man erkennt, dass z. B. eine Verzehnfachung immer die gleiche Strecke ausmacht. Auch eine Verdoppelung macht immer die gleiche Strecke aus, wie man aus den ersten 4 Punkten sehen kann.

P71

α	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°
$h(\alpha)$	1.0	2.1	3	3.9	4.6	5.2	5.6	5.9	6



(Sinuskurve)

Du kannst die Werte $h(\alpha)$ auch mit der sin Taste des Taschenrechners berechnen (sin steht für «sinus»).
Beispiel: $\alpha = 70°$
$h(\alpha) = 6\text{ cm} \cdot \sin 70°$

P72

Bsp.1

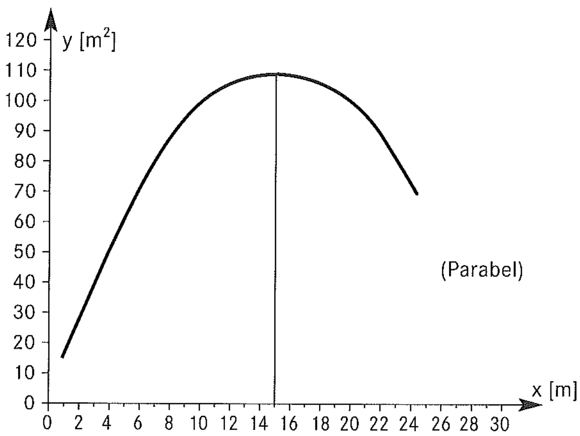
Länge: x

Breite: $\frac{30 - x}{2} = 15 - \frac{x}{2}$

Fläche: $y = x\left(15 - \frac{x}{2}\right)$

x	1	2	6	8	10	11	12	13
y	14.5	28	72	88	100	104.5	108	110.5

x	14	15	16	17	20	22	24
y	112	112.5	112	110.5	100	88	72



(Parabel)

Die Länge x muss 15 m betragen.

Bsp. 2

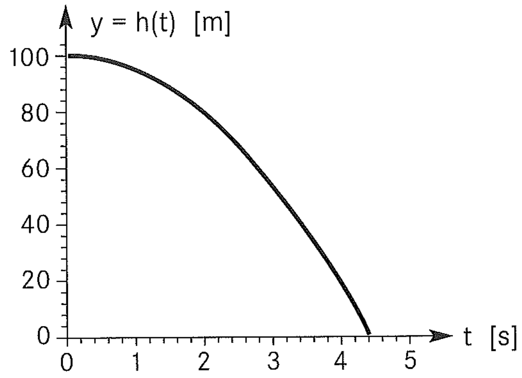
Wenn die Schnur grösstmöglichen Flächeninhalt umfassen soll, dann muss sie zu einem Kreis geformt werden.

P73 $f: x = 4$, $g: x = -3$, $h: x = 1$ oder $x = -2$, $k: x = 6$

Setze $y = 0$ und löse die Gleichung nach x auf, z. B. bei f: $2x - 8 = 0$

P74 $t = \sqrt{20}\,s \approx 4.47$ s

t	1	2	3	4	5
h(t)	95	80	55	20	(-25)

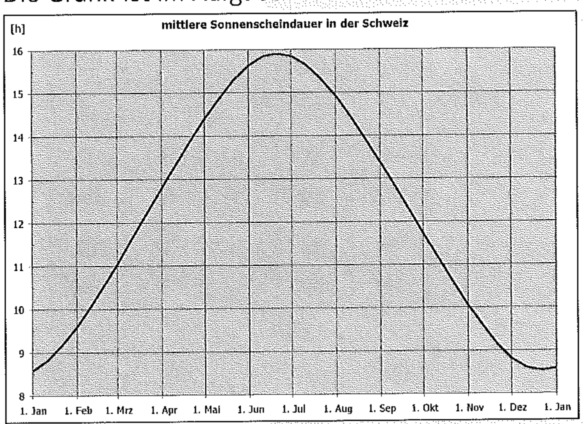


Umkehrzuordnungen

P75
a) 680 mbar
b) Mt. Everest (8850 m): ca. 320 mbar
c) Meereshöhe
d) ca. 5300 m (ca. 10 600 m)

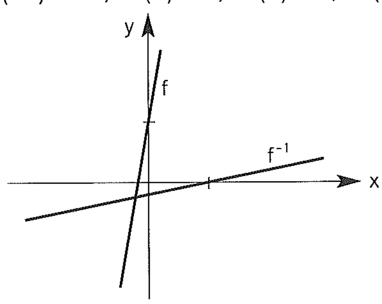
P76
a) 11 h
b) knapp 15 h
c) knapp 16 h
d) ca. 22. April und 18. August

Die Grafik ist im Aufgabenbuch falsch beschriftet.



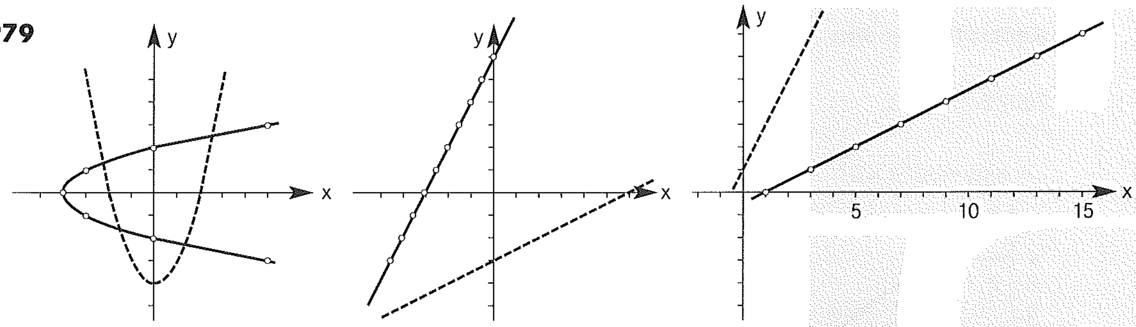
P77 Bei P75 ist die Antwort eindeutig, bei P76 nicht.
Es gibt keine zwei Höhen mit gleichem Luftdruck, hingegen gibt es zwei Monate mit gleicher Sonnenscheindauer.

P78
a) $f(-2) = -2$, $f(1) = 7$, $f(3) = 13$
b) $f^{-1}(-2) = -2$, $f^{-1}(4) = 0$, $f^{-1}(7) = 1$, $f^{-1}(22) = 6$
c)



d) $f^{-1}: x \mapsto y = f^{-1}(x) = \frac{1}{3}x - \frac{4}{3}$

P79



Vertauscht man bei einer Zuordnung $x \mapsto y$ die Variablen x und y, so bewirkt dies beim Graphen eine Spiegelung an der Winkelhalbierenden des 1. und 3. Quadranten (Gerade $y = x$).

Achtung: Wenn du P 17 a) umkehrst, erhältst du für manche x-Werte zwei y-Werte. Diese Grafik kann also keine Funktion darstellen. Die Funktion P 17 a) hat also keine Umkehrfunktion.

P80

a) $f^{-1}: x \mapsto y = f^{-1}(x) = \frac{1}{7}x + \frac{10}{7}$

b) $f^{-1}: x \mapsto y = f^{-1}(x) = -\frac{9}{4}x + \frac{3}{4}$

P81

a) $f^{-1}(0) = 11$
b) $f^{-1}(7) = 88$
c) $f^{-1}(-6) = -55$

Bestimme zuerst die Umkehrfunktion.
$f^{-1}: x \mapsto y = f^{-1}(x) = 11x + 11$

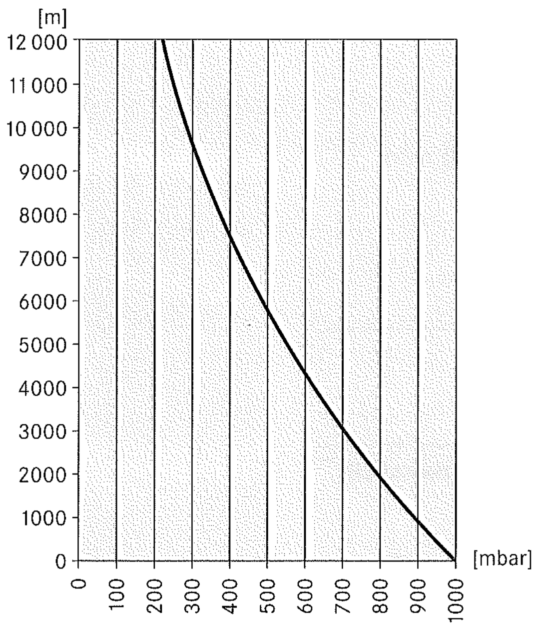
P82

a) $g^{-1}(2) = 1$
b) $g^{-1}(18) = 4.12$
c) $g^{-1}(0)$ ist nicht definiert

Bestimme zuerst die Umkehrfunktion.
$g^{-1}: x \mapsto y = g^{-1}(x) = \sqrt{x - 1}$

P83

P75: ja, die Umkehrfunktion ordnet jedem Luftdruck die Höhe zu
Luftdruck $x \mapsto$ Höhe y



P76: nein, denn die Umkehrzuordnung ist nicht eindeutig.

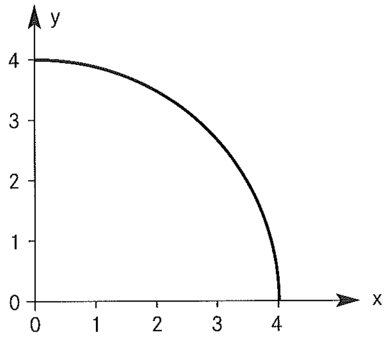
P84

a) nein **b)** ja **c)** ja **d)** nein

Kontrollaufgaben

P85 Funktion a), c)

P86 $y = k(x) = \sqrt{16 - x^2}$

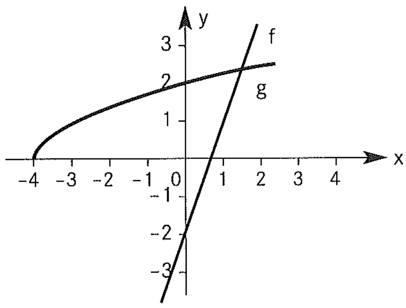


Wertetabelle

x	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5
y	3.97	3.9	3.7	3.5	3.1	2.6	1.9

$D_k = \{x \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x \leq 4\}$

P87
a) $D_f = \mathbb{R}$, $D_g = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq -4\}$
b) $f(5) = 13$, $f(-4) = -14$, $g(5) = 3$, $g(-1) = \sqrt{3}$
c) $x = -\frac{8}{3}$, $x = -3$ **d)** $x = \frac{2}{3}$, $x = -4$
e) $f^{-1}(x) = \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$
f)



P88
a) $f(-1) = 6$ **b)** $f(5) = 0$
c) $f(1) = 2$ **d)** $f(a) = f(-a)$

P89 **a)** nein **b)** ja **c)** ja **d)** nein

P3 Lineare Funktionen

Proportionalität und umgekehrte Propionalität

P90
a) Proportionalität $(y = f(x) = 3x)$
b) Umgekehrte Proportionalität $\left(y = f(x) = -\frac{18}{x}\right)$
c) Proportionalität $(y = f(x) = 0.65x)$
d) weder Proportionalität noch umgekehrte Proportionalität $(y = f(x) = x + 1)$

P91
a)

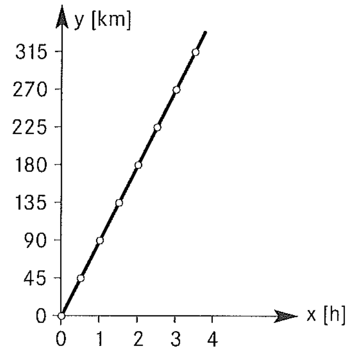
x	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5
y	45	90	135	180	225	270	315

b) Die Zahlenpaare sind quotientengleich, d. h. $\frac{y}{x} = 90$.

P91

c) $y = f(x) = 90x$

d)



P92

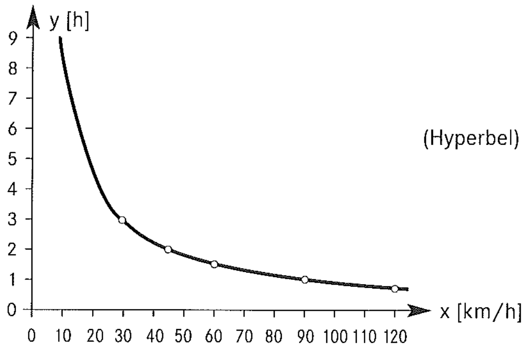
a)

x	30	45	60	90	120
y	3	2	1.5	1	0.75

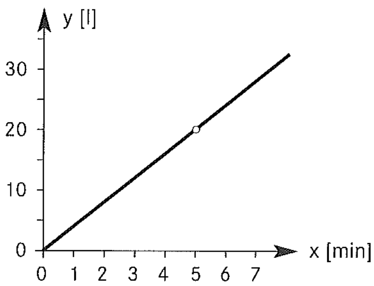
b) Die Zahlenpaare sind produktgleich, d. h. $x \cdot y = 90$.

c) $y = f(x) = \dfrac{90}{x}$

d)



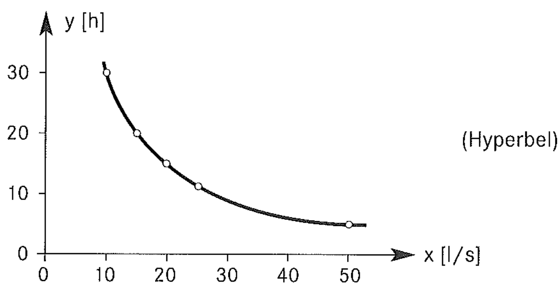
P93



$y = f(x) = 4x$

P94

x	10	15	20	25	50
y	30	20	15	12	6



$y = f(x) = \dfrac{1\,080\,000}{3600x} = \dfrac{300}{x}$

umgekehrte Proportionalität

P95

a)

x	20	40	60	80	100	200	240
y	2	4	6	8	10	20	24

b)

x	20	40	60	80	100	200	240
y	18	9	6	4.5	3.6	1.8	1.5

P96

a)

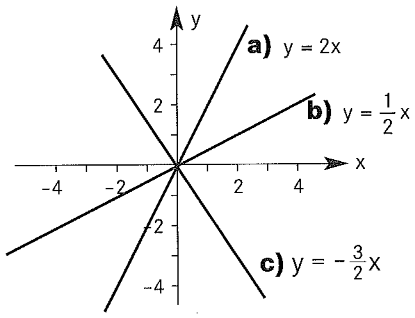
x	0.02	$\frac{1}{5}$	0.5	5	10	15	625
y	0.1	1	2.5	25	50	75	3125

b)

x	0.02	$\frac{1}{5}$	0.5	5	10	15	625
y	6250	625	250	25	12.5	$\frac{25}{3}$	$\frac{1}{5}$

P97

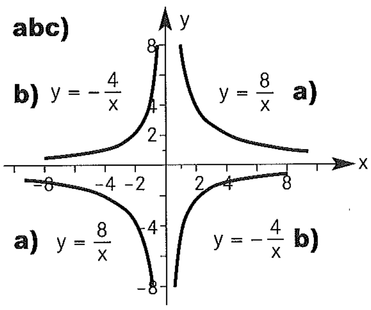
abc)



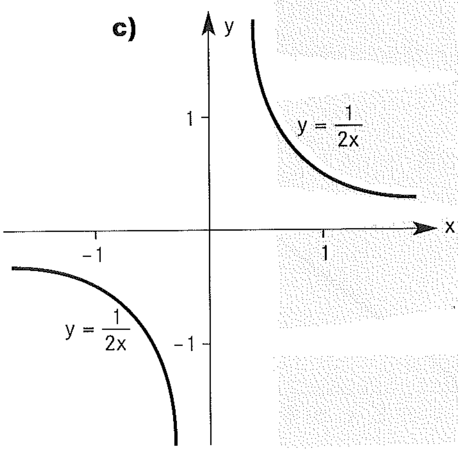
1 Punkt genügt, Ursprungsgeraden! D = W = ℝ

P98

abc)



c)



D = W = ℝ \ {0}

P99

a) Proportionalität $y = -\frac{1}{2}x$,
umgekehrte Proportionalität $y = -\frac{12}{x}$

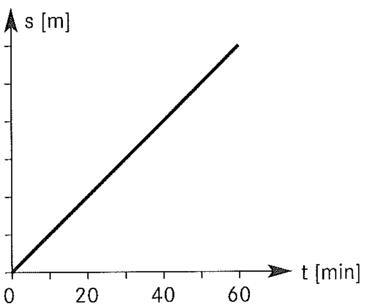
b) Proportionalität y = 3x,
umgekehrte Proportionalität $y = \frac{12}{x}$

P100

a)

t	0	1	2	5	10	15	20	30	40	60
s	0	60	120	300	600	900	1200	1800	2400	3600

b)



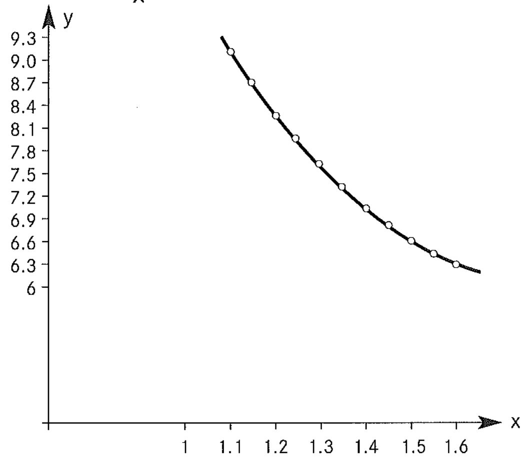
c) s(t) = 60t ist eine Proportionalität

P101

x	1.1	1.15	1.2	1.25	1.3	1.35	1.4
y	9.1	8.7	8.3	8	7.7	7.4	7.1

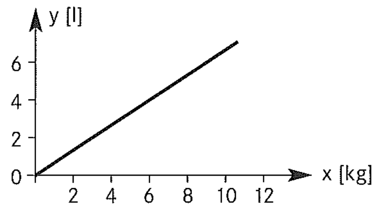
x	1.45	1.5	1.55	1.6
y	6.9	6.7	6.5	6.3

$y = f(x) = \frac{10}{x}$, umgekehrte Proportionalität



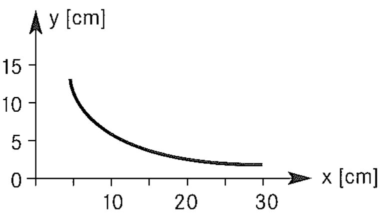
P102

$y = f(x) = \frac{2}{3}x$, Proportionalität



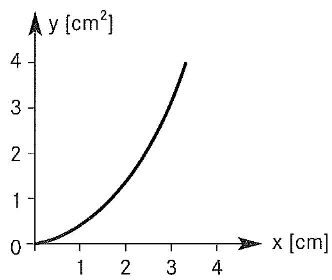
P103

$y = \frac{60}{x}$, umgekehrte Proportionalität

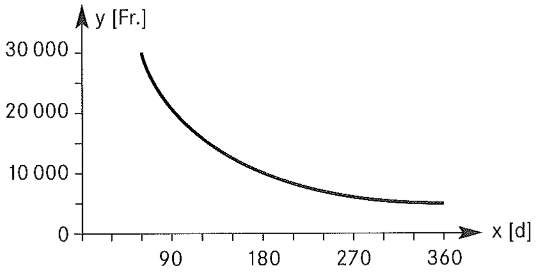


P104

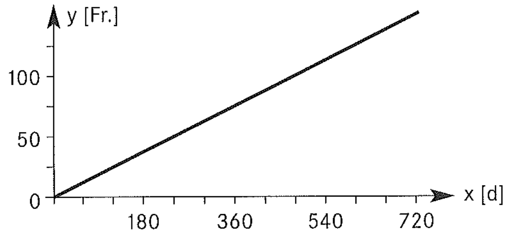
$y = f(x) = x^2$, Quadratfunktion



P105 $y = f(x) = \frac{200 \cdot 360}{0.04 \cdot x} = \frac{1800000}{x}$, umgekehrte Proportionalität



P106 $y = f(x) = \frac{1500 \cdot 0.05}{360} x = \frac{5}{24} x$, Proportionalität

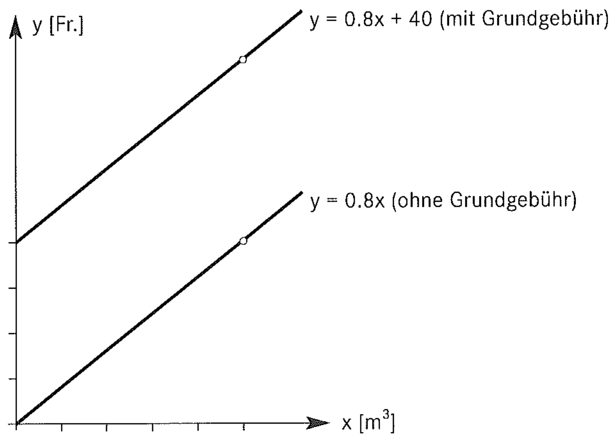


Verschiedene Beispiele linearer Funktionen

P107

a) 48 Fr., 56 Fr., 80 Fr.

b) allgemein $f(x) = 40 + 0.8x$



c) 8 Fr., 16 Fr., 40 Fr.

d) $f(x) = 0.8x$

e) Die Grundgebühr 40 (Fr.) lässt sich auf der y-Achse ablesen.
0.8 Fr. oder 80 Rp. ist die gleichbleibende Zunahme der Kosten pro m^3 Wasserverbrauch.
Da diese Zunahme bei a) und b) gleich ist, sind die Geraden parallel.

P108

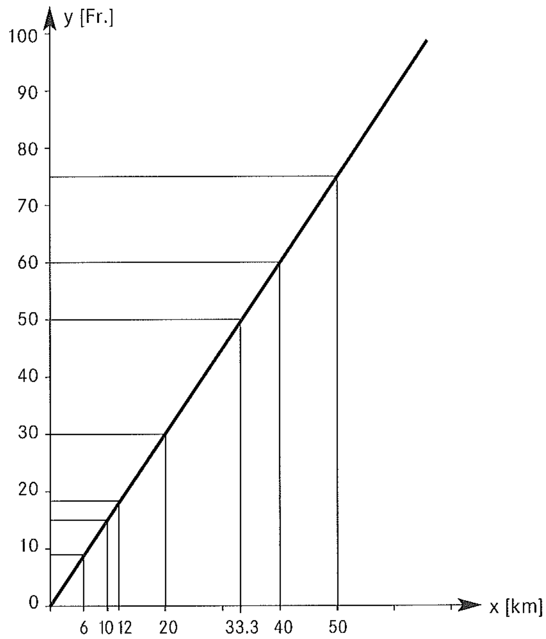
a) $y = t(x) = 0.5x + 3$

b) $t(6) = 6$, $t(12) = 9$, $t(20) = 13$, $t(100) = 53$ [Fr.]

c) 10, 16, 24 km

c) Umkehrfunktion:
$y = t^{-1}(x) = 2(x - 3)$

P109 **a)** $y = t(x) = 1.5x$



b) $t(6) = 9$, $t(12) = 18$, $t(20) = 30$, $t(100) = 150$ [Fr.]

c) 10, 33.3, 40 km

c) Umkehrfunktion:

$$y = t^{-1}(x) = \frac{1}{1.5}x = \frac{2}{3}x$$

P110 **a)** $t: x \mapsto y = t(x) = 0.5x - 3$

Für das Hineinsitzen erhält man 3 Fr. Bis 6 km wird man für das Mitfahren bezahlt.

b) $t: x \mapsto y = t(x) = 5 - 0.5x$

Das Hineinsitzen kostet 5 Fr., dann erhält man pro gefahrenen km 50 Rp. zurück.

c) $t: x \mapsto y = t(x) = 4$

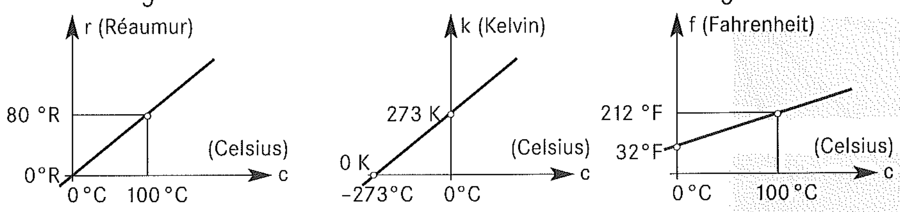
Bei diesem Taxi zahlt man eine Pauschale, man kann für 4 Fr. beliebig weit fahren.

d) Bis 10 km kostet die Fahrt 1 Fr. pro km, ab 10 km erhält man eine Preisreduktion von 5 Fr. und zahlt für jeden weiteren km nur noch 0.5 Fr.

P111

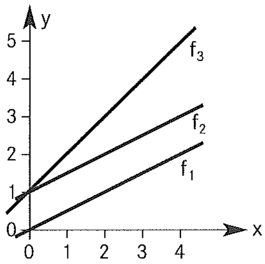
	°C	°R	K	°F
a)	50	40	323.16	122
b)	36	28.8	309.16	96.8
c)	-17.8	-14.2	255.4	0
d)	-273.16	-218.528	0	-459.7

P112 $r(c) = \frac{4}{5}c$ $\qquad k(c) = c + 273.16,$ $\qquad f(c) = \frac{9}{5}c + 32$



P113 $c(r) = \frac{5}{4}r$, $\; c(k) = k - 273.16$, $\; c(f) = \frac{5f - 160}{9}$

P114 **a)**



b) f_1: $m_1 = \frac{1}{2}$, $q_1 = 0$ f_2: $m_2 = \frac{1}{2}$, $q_2 = 1$,
f_3: $m_3 = 1$, $q_3 = 1$

c) Bei gleichem m sind die Geraden parallel.
Bei unterschiedlichem m sind die Geraden verschieden steil.
Bei gleichem q schneiden die Geraden die y-Achse bei q. Bei unterschiedlichem q ist der Abschnitt auf der y-Achse verschieden.

P115 **a)** $f(1) = 1$, $f(10) = 19$, $f(-5) = -11$, $f(0) = -1$

b) $x = 1$, $x = \frac{1}{2}$, $x = -\frac{9}{2}$

P116 $m = \frac{7}{4}$

$f(2) = 4.5$

$8 = 4m + 1 \Rightarrow m = \frac{7}{4}$

$f(x) = \frac{7}{4}x + 1$

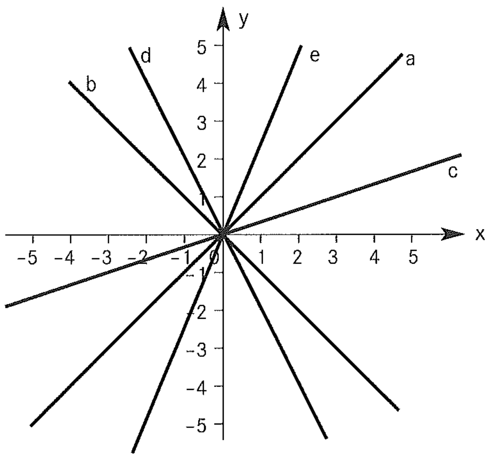
P117 P und S liegen auf dem Graphen von f, Q und R nicht.

P118 $A\left(0\middle/\frac{5}{3}\right)$, $B(-2/3)$, $C\left(0\middle/\frac{5}{2}\right)$, $D\left(-4\middle/\frac{13}{3}\right)$

Die Steigung einer Strecke oder Geraden

P119 Ein gutes Mass für die Steilheit einer Treppe ist der Quotient $\frac{\text{Stufenhöhe}}{\text{Stufenbreite}}$.

P120



Ist m positiv, so steigt die Gerade von links nach rechts (mit zunehmendem x), ist m negativ, fällt die Gerade von links nach rechts (mit zunehmendem x).

P121

a) Höhenunterschied h Pilatusbahn 1630 m, Jungfraubahn 1390 m, Gornergratbahn 1480 m.

b) Verhältnis v : h ist ein Mass für die Steigung der Bahn.
Pilatusbahn v : h = 0.42 = 42 %
Jungfraubahn v : h = 0.15 = 15 %
Gornergratbahn v : h = 0.296 = 29.6 %

P122

Das Kathetenverhältnis bei einer Geraden ist konstant.
Gerade f: Kathetenverhältnis v : h = 3 : 2.
Gerade g: Kathetenverhältnis v : h = 3 : 5

P123

(1) 20 % Steigung
Auf den nächsten 2 km wird ein Höhenunterschied von 400 m überwunden.
(2) 15 % Gefälle
Auf dem nächsten km wird ein Höhenunterschied von 150 m überwunden.

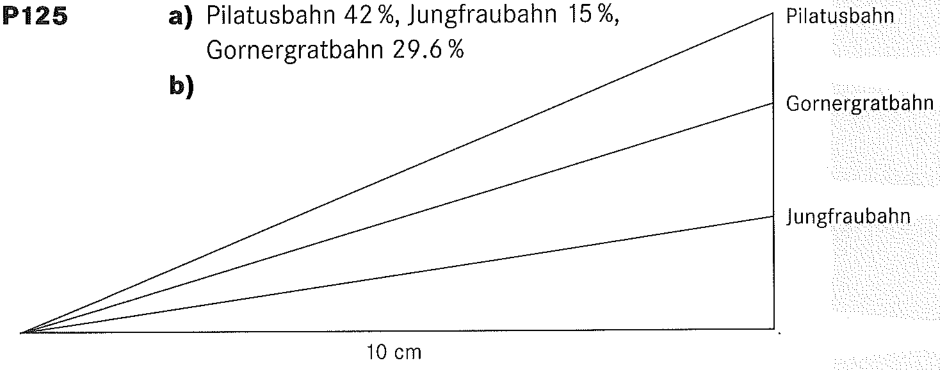
P124

Die eher ungebräuliche Verkehrstafel weist auf ein prozentuales Gefälle von 14.3 % hin.

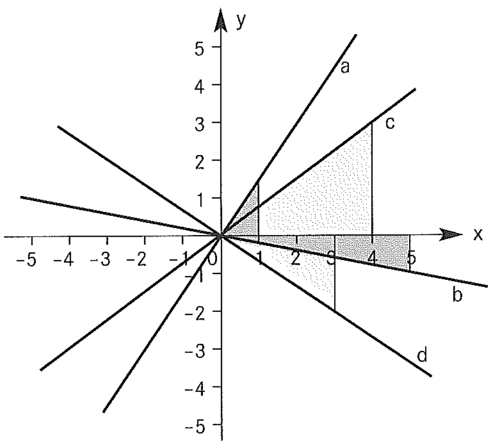
P125

a) Pilatusbahn 42 %, Jungfraubahn 15 %, Gornergratbahn 29.6 %

b)



P126



Die Steigung entspricht immer gerade dem m der Funktion.

P127

a) $m = \frac{5}{2}$, $f(x) = \frac{5}{2}x$

b) $m = -\frac{3}{4}$, $f(x) = -\frac{3}{4}x$

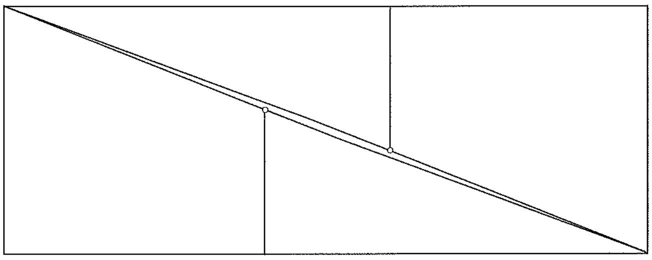
c) $m = \frac{1}{6}$, $f(x) = \frac{1}{6}x$

d) $m = -\frac{2}{3}$, $f(x) = -\frac{2}{3}x$

P128 $m_1 = m_3 = \frac{1}{3}$, $m_2 = -\frac{3}{2}$, $m_4 = 0$

P129 $m_1 = m_2 = -\frac{1}{2}$, $m_3 = 3$, m_4 nicht bestimmbar

P130 Quadrat $8 \cdot 8 = 64$ FE, Rechteck $13 \cdot 5 = 65$ FE.
Trugschluss: Diagonale des Rechtecks ist in Wirklichkeit ein schmaler Rhomboid, denn die Steigung der Hypotenusen bei 1 und 2 beträgt $-\frac{3}{8}$, die Steigung der Trapezschenkel bei 3 und 4 beträgt $-\frac{2}{5}$, somit fallen diese Linien nicht zusammen.



P131 **a)** Steigung $\frac{1}{3}$ **b)** 48 m

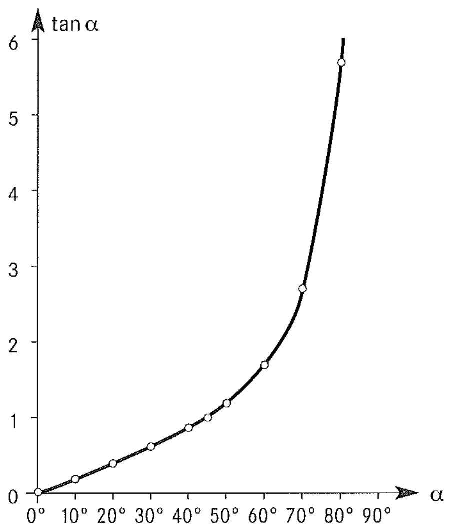
P132 **a)** 2.5 % **b)** $\frac{1}{3}$ % **c)** 18.75 %

P133 5001.6 m

Die Horizontaldistanz beträgt 5000 m.
Die Fahrtstrecke berechnet sich mit dem Satz des Pythagoras.

P134

α	10°	20°	30°	45°	60°	70°	80°
$m = \tan\alpha$	0.2	0.4	0.6	1	1.7	2.7	5.7



Es ist keine lineare Funktion.
Man erhält dieselben Funktionswerte, somit gilt $m = \tan \alpha$.

P135 **a)** $m = 2$ **b)** $m = 2$

Zeichne die Geraden und versuche die Steigungen abzulesen.

P136 **a)** $m = -2$ **b)** $m = -1$

P137 $m_{AB} = m_{BA} = \frac{2}{3}$, $m_{BC} = m_{CB} = -4$, $m_{AC} = m_{CA} = 1$

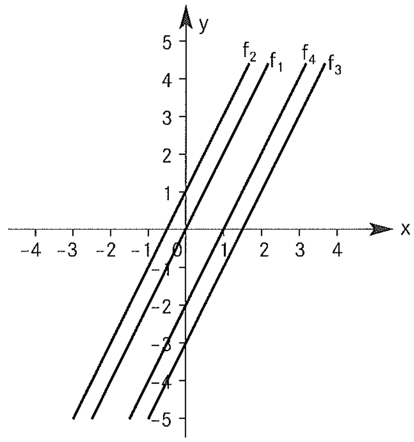
$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$$

P138 **a)** $m = -\frac{3}{4}$ **b)** $m = 3$ **c)** $m = -\frac{1}{4}$

Es gilt $m = -\frac{b}{a}$

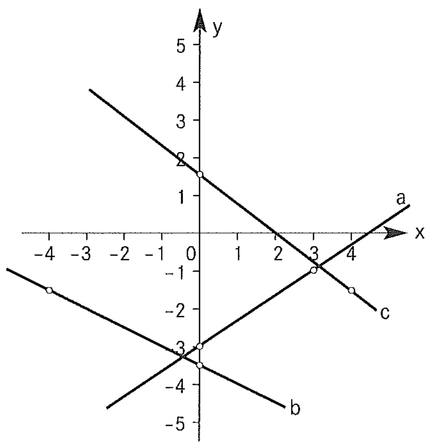
Der Graph einer linearen Funktion

P139

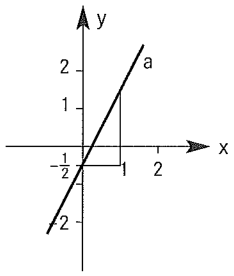


q bewirkt eine Verschiebung des Graphen (der Geraden) in y-Richtung, d.h. nach oben ($q > 0$) oder unten ($q < 0$).

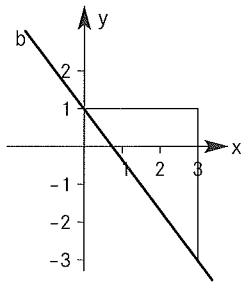
P140



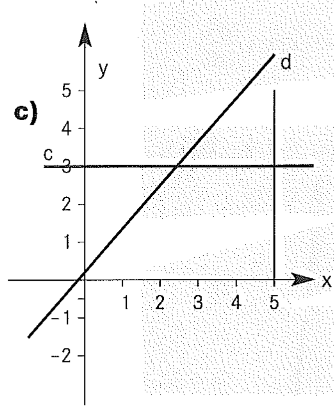
P141 **a)**



b)



c)



P142 P128 g_1: $f(x) = \frac{1}{3}x$, g_2: $f(x) = -\frac{3}{2}x$, g_3: $f(x) = \frac{1}{3}x + 2$,
g_4: $f(x) = -3$
P129 g_1: $f(x) = -0.5x$, g_2: $f(x) = -0.5x + 2$,
g_3: $f(x) = 3x - 3$, g_4: keine Funktion!

P143 **a)** ja, $f(x) = 0$ **b)** nein

P144 $f(x) = 0.5x + 3.5$

Ansatz: $y = \frac{1}{2}x + q$
Setze die Koordinaten des Punktes P für x und y ein und berechne dann q.

P145 $f(x) = x + 1$

Ansatz: $y = mx + 1$
Setze $P(-3/-2)$ ein und berechne m.

P146 **a)** $f(x) = 3x + 1$
b) $f(x) = -2x + 1$
c) $f(x) = \frac{4}{3}x + \frac{11}{3}$

Berechne zuerst die Steigung $m\ (= \Delta y/\Delta x)$, setze dann m und einen Punkt in die Gleichung $y = mx + q$ ein und bestimme q.

P147 $d(x) = -5x - 35$

Bestimme zuerst m und verfahre dann wie in P147.

P148 $f(x) = \frac{2}{9}x - \frac{2}{9}$, $f(-1) = -\frac{4}{9}$

P149 **a)** $x = \frac{5}{3}$
b) $x = -2.5$
c) $x = 27$

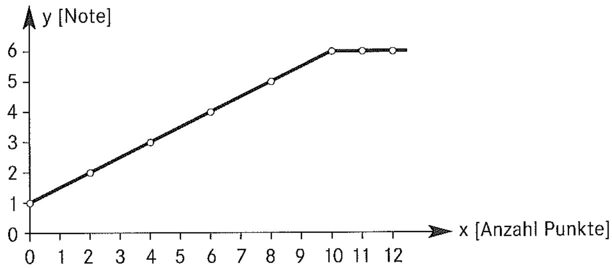
a) Löse die Gleichung $6x - 10 = 0$.

P150 $x = 3$

Löse die Gleichung
$\frac{2}{3}x - 4 = -2x + 4$

P151 **a)** $f(x) = \frac{1}{2}x + 1$

b)

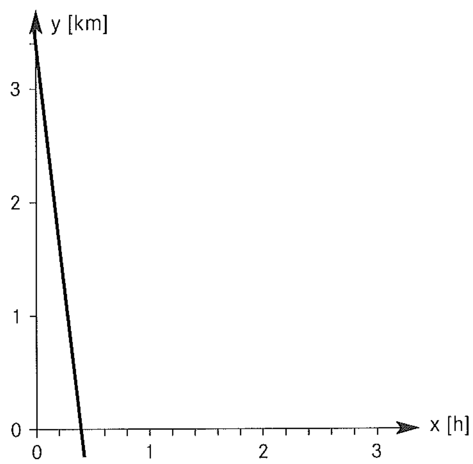


Für 11 und 12 Punkte gibt es ebenfalls eine 6. Hier ist die Funktion also nicht mehr linear.

P152 $f(x) = \frac{1}{15}x + \frac{61}{30}$

$f(52) = 5.5$, $f(7) = 2.5$

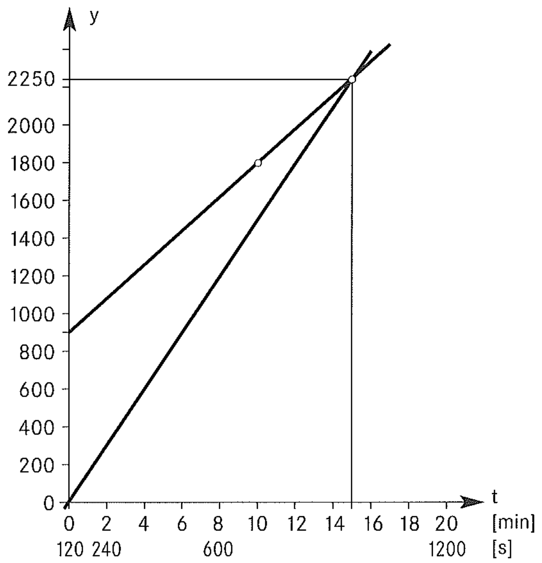
P153 **a)** $f(x) = 3.4 - 8.5x$,
b)



c) Treffpunkt nach 24 min, nach 1.8 bzw. 1.6 km.

c) Löse die Gleichung
$3.4 - 8.5x = 0$.

P154



s(t) = 1.5t + 900
s(t) = 2.5t
Nach 15 min (900 s) hat der Reiter die Fussgängerin eingeholt.

Löse die Gleichung
1.5t + 900 = 2.5t.
(Falls man in m/min umrechnet, lauten die Funktionsgleichungen
f(t) = 90t + 900 und
f(t) = 150t.)

P155

f(x) = 0.000 012x + 0.999 76
f(40) = 1.000 24 m, f(60) = 1.000 48 m,
f(100) = 1.000 96 m, f(150) = 1.001 56,
f(200) = 1.002 16

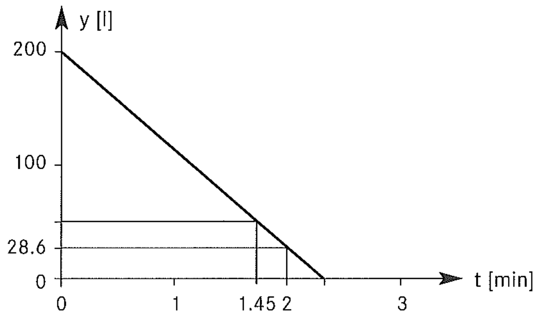
f(20) = 1, f(80) = 1.000 72
Verfahre wie in P146.

P156

a) $f(t) = 200 - \frac{10}{7}t$ (t in s)

b) $\frac{10}{7}$ l/s = 1.43 l/s

c)

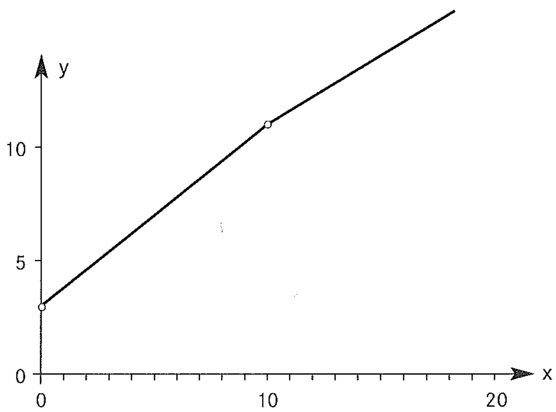


d) Nach 105 s; 28.6 l

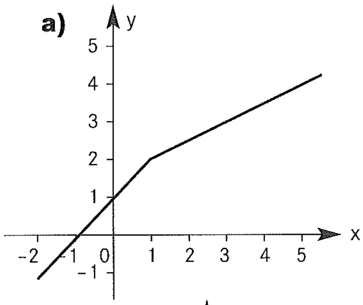
d) f(t) = 50   f(120) = ?

Abschnittsweise lineare Funktionen

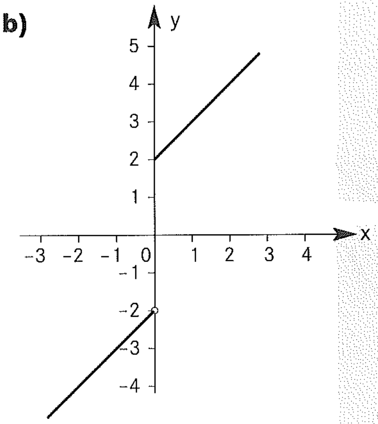
P157



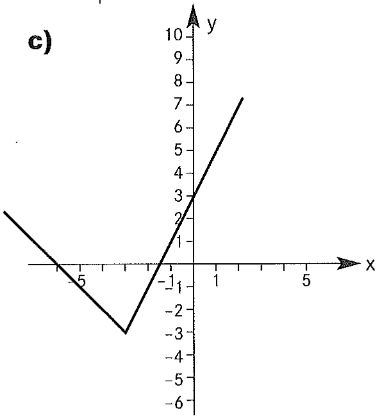
P158 a)



b)



c)



P159

P157 $t(x) = \begin{cases} 0.8x + 3 & \text{für } x \leq 10 \\ 0.6x + 5 & \text{für } x \leq 10 \end{cases}$

P110d $t(x) = \begin{cases} x & \text{für } x \leq 10 \\ 0.5x & \text{für } x > 10 \end{cases}$

P160

a) $s(t) = \begin{cases} vt & \text{für } 0 \leq t \leq 2 \\ -vt + 4v & \text{für } 2 < t \leq 4 \end{cases}$

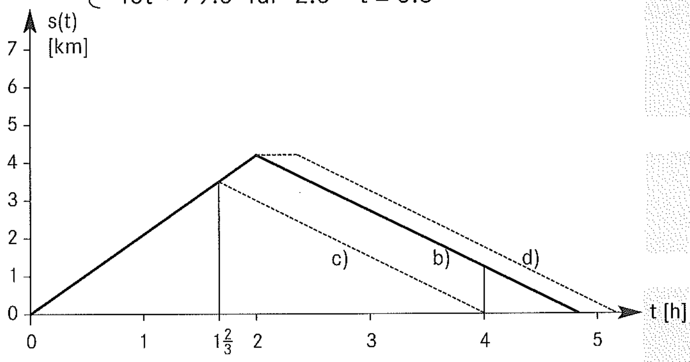
b) $s(t) = \begin{cases} 21t & \text{für } 0 \leq t \leq 2 \\ -15t + 72 & \text{für } 2 < t \leq 4.8 \end{cases}$

12 km, 4.8 h (4 h 48 min)

c) $s(t) = \begin{cases} 21t & \text{für } 0 < t \leq 1.67 \\ -15t + 60 & \text{für } 1.67 < t \leq 4 \end{cases}$

Nach 1h 40 min

d) $s(t) = \begin{cases} 21t & \text{für } 0 \leq t < 2 \\ 42 & \text{für } 2 < t \leq 2.5 \\ -15t + 79.5 & \text{für } 2.5 < t \leq 5.3 \end{cases}$

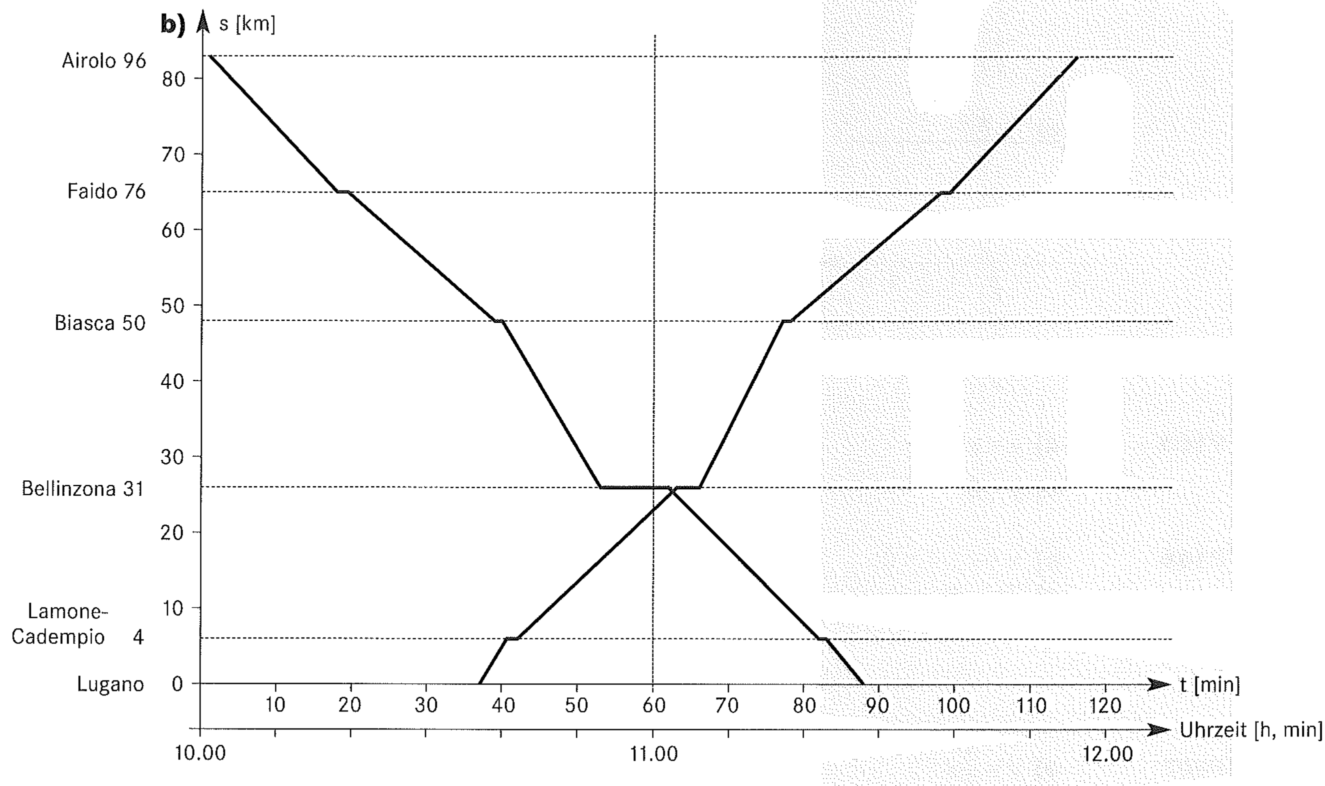


P161

a)

Ort	Ankunft	Abfahrt
Lugano		10.37
Lamone	10.41	10.42
Bellinzona	11.03	11.06
Biasca	11.17	11.18
Faido	11.38	11.39
Airolo	11.56	

b)



P162

a) zwischen Bellinzona und Biasca
Geschwindigkeit 103.6 km/h (19 km/11 min)

b)

$$s(t) = \begin{cases} \frac{20}{17}t - \frac{20}{17} & \text{für } 1 \leq t \leq 18 \\ 20 & \text{für } 18 < t < 19 \\ \frac{13}{10}t - 4.7 & \text{für } 19 \leq t \leq 39 \end{cases}$$

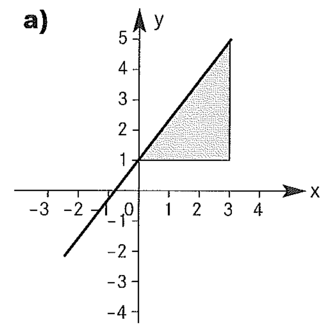
$m = \frac{26}{20} = \frac{13}{10}$ [km/min]

$s(19) = 20$

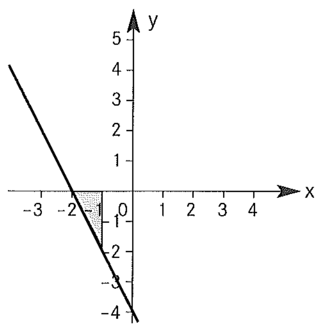
Geradengleichungen

P163

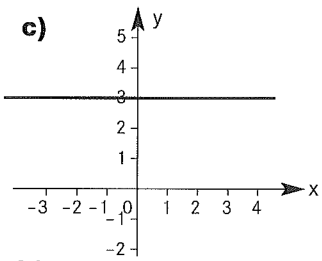
a)



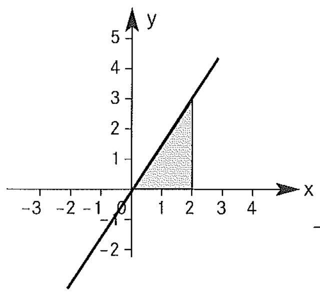
b)



c)

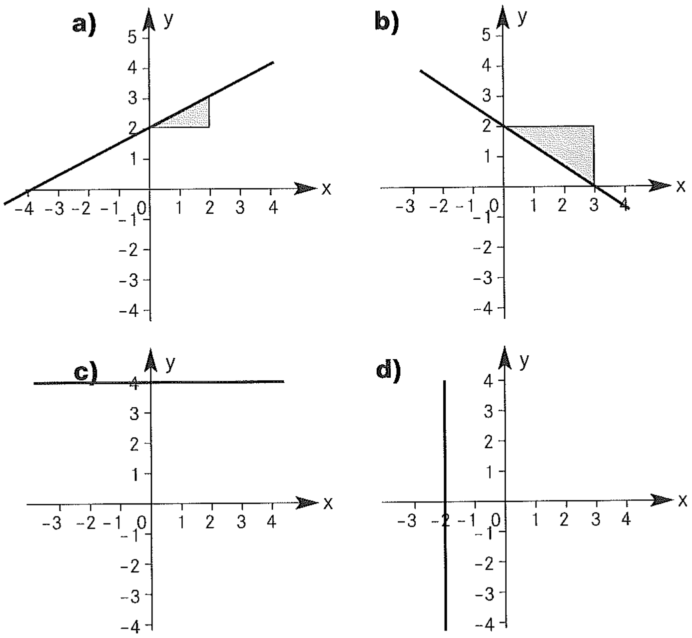


d)



a) Fehler im Aufgabenbuch der 1. Auflage. Es soll heissen $y = \frac{4}{3}x$

P164



a) $y = \frac{1}{2}x + 2$,
Steigung $m = \frac{1}{2}$,
y-Achsenabschnitt $q = 2$

b) $y = -\frac{2}{3}x + 2$,
Steigung $m = \frac{-2}{3}$,
y-Achsenabschnitt $q = 2$

c) Steigung $m = 0$,
y-Achsenabschnitt $q = 4$

d) Achtung Spezialfall

P165

a) $y = x + 2$ **b)** $y = -4x - 1$

c) $y = 6$ **d)** $y = \frac{3}{4}x$

P166

a) $x + y - 1 = 0$ **b)** $3x - y = 0$

c) $2x - 3y + 6 = 0$ **d)** $y + 1 = 0$

Es gibt immer mehrere Lösungen. Wenn du aber etwas anderes erhalten hast, müssen in deiner Gleichung alle Zahlen um den gleichen Faktor grösser oder kleiner sein als hier angegeben.

P167

a) $y = \frac{1}{2}x$ **b)** $y = \frac{1}{2}x + 2$

c) $y = -\frac{1}{2}x + 2$ **d)** $y = -2$

P168

a) $y = x$ **b)** $y = -x + 3$

c) $y = \frac{2}{3}x + 1$ **d)** existiert nicht

P169

P167 a)	$x - 2y = 0$
P167 b)	$x - 2y + 4 = 0$
P167 c)	$x + 2y - 4 = 0$
P167 d)	$y + 2 = 0$
P168 a)	$x - y = 0$
P168 b)	$x + y - 3 = 0$
P168 c)	$2x - 3y + 3 = 0$
P168 d)	$x - 2 = 0$

P170 **a)** A, C $\in$ g **b)** G $\in$ h **c)** I, J $\in$ k

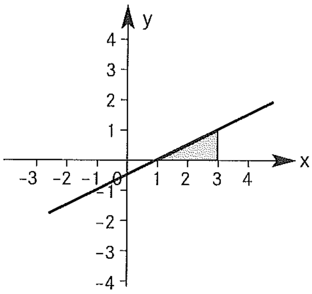
P171 **a)** $y = \frac{1}{3}$ **b)** $y = 5$ **c)** $x = \frac{3}{2}$ **d)** $x = 0$

P172 **a)** $x = 18$ **b)** $x = \frac{10}{3}$ **c)** $x = -0.25$

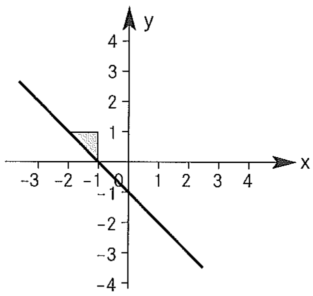
Setze $y = 0$

P173

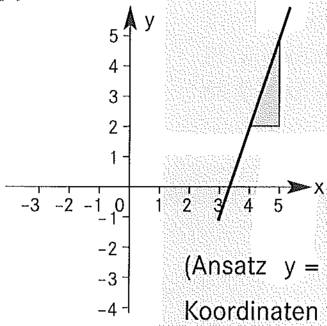
a) $y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$



b) $y = -x - 1$



c) $y = 3x - 10$



(Ansatz $y = \frac{1}{2}x - q$, Koordinaten von P für x und y einsetzen)

P174 **a)** $y = 2x + 3$ **b)** $y = \frac{1}{3}x + \frac{5}{3}$

c) $y = 0.5x + 4$ **d)** $y = -\frac{3}{4}x$

P175 $m_{AB} = \frac{1}{2} = \frac{y - 42}{340 - 312} = m_{AC}$

$y = 56$

P176 **a)** $x = 33 \left(m = \frac{2}{3}\right)$ **b)** $y = -8 \left(m = -\frac{4}{3}\right)$

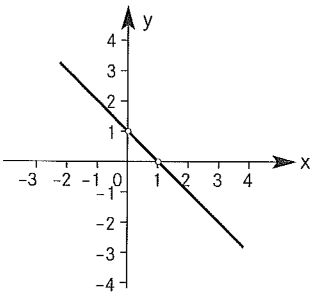
P177 **a)** nein, $m_{AB} \neq m_{BC}$ **b)** ja, $m_{AB} = m_{BC} = -\frac{3}{2}$

P178 **a)** $y = -2x + 6$ **b)** $y = \frac{1}{4}x + 1$

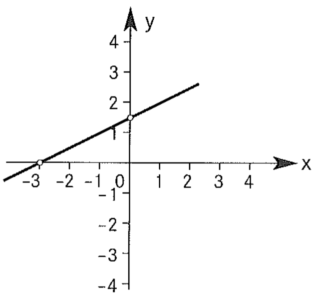
c) $y = -\frac{b}{a}x + b$

P179

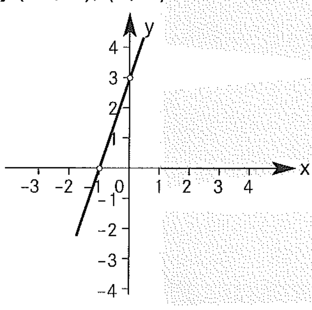
a) (1/0), (0/1)



b) (−3/0), (0/1.5)

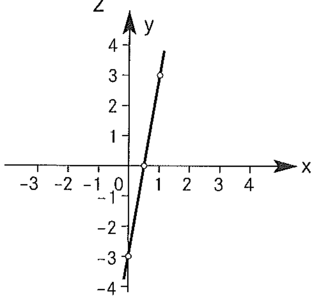


c) (−1/0), (0/3)

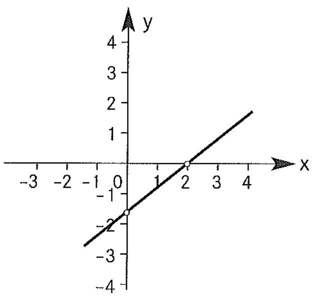


P180

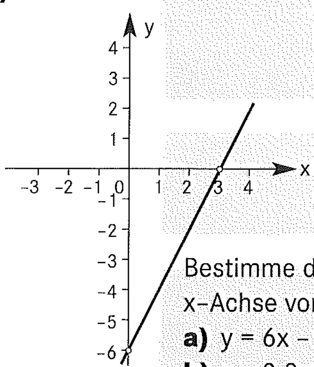
a) $x = \frac{1}{2}$



b) $x = 2$



c) $x = 3$



Bestimme den Schnittpunkt mit der x-Achse von

a) $y = 6x - 3$

b) $y = 0.8x - 1.6$

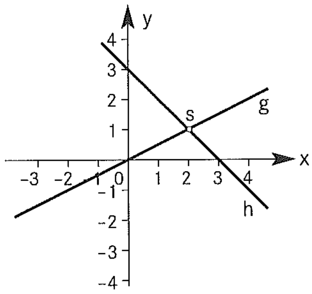
c) $y = 2x - 6$

P181 **a)** $y = x + 1$ **b)** $y = 2x - 0.5$
c) $y = 2x - 0.5$ **d)** $y = x + 1$
e) $y = 2x - 4$ **f)** $y = 2x - 0.5$
g) $y = 0.5x + 0.25$ **h)** $y = 2x - 0.5$
i) $y = 0.5x + 0.25$

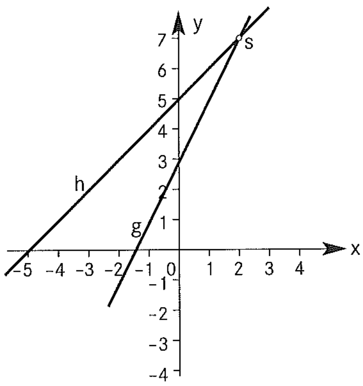
identische Geraden:
a, d
b, c, f, h
g, i

Schnittpunkt zweier Geraden

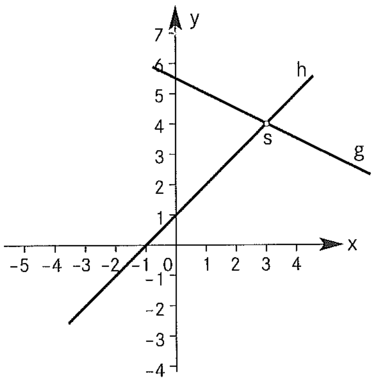
P182 S(2/1)



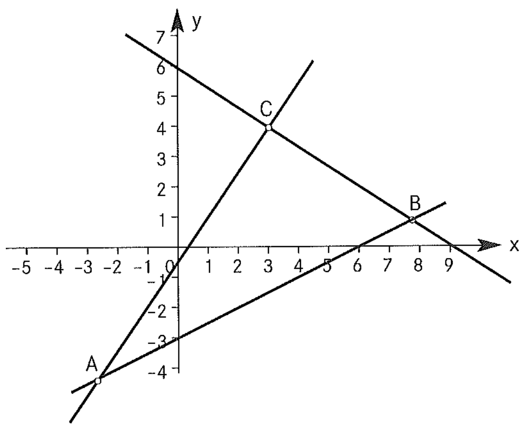
P183 S(2/7)



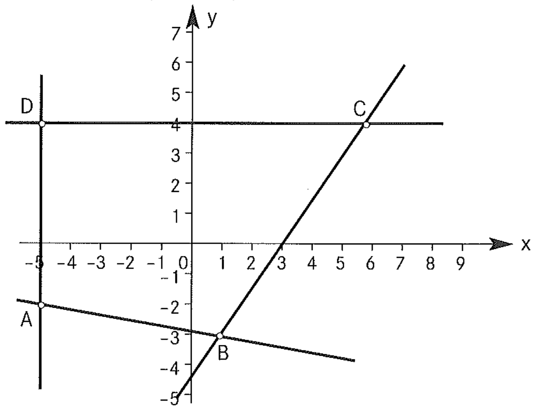
P184 S(3/4)



P185 $A\left(-\frac{5}{2}\middle/-\frac{17}{4}\right)$, $B\left(\frac{54}{7}\middle/\frac{6}{7}\right)$, C(3/4)



P186 A(-5/-2), $B\left(1/-\frac{16}{5}\right)$, C(5.8/4), D(-5/4)



Parallele und senkrechte Geraden

P187

a) Geraden sind parallel (gleiche Steigung $m = \frac{1}{2}$)
b) Geraden sind parallel (gleiche Steigung $m = -1$)
c) Geraden stehen senkrecht (Steigungen sind negativ reziprok $m_2 = -\frac{1}{m_1}$ oder $m_1 \cdot m_2 = -1$)
d) siehe c)

P188 $g_1 \parallel g_8$, $g_3 \parallel g_5$, $g_2 \perp g_7$, $g_4 \perp g_6$, $g_1, g_8 \perp g_3, g_5$

P189

a) $y = \frac{3}{2}x + \frac{17}{2}$

b) $y = \frac{3}{2}x - 6$

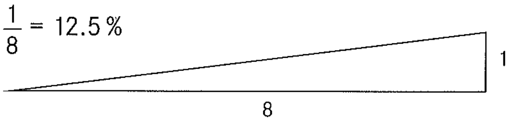
P190 $m_1 = -\frac{1}{\lambda}$, $m_2 = \lambda$ und somit gilt $m_1 \cdot m_2 = -1$

Kontrollaufgaben

P191

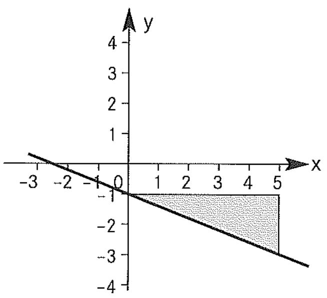
a) Proportionalität, y = 250x
b) Umgekehrte Proportionalität, $y = \frac{500}{x}$
c) weder noch, y = 300 - 0.25x
(lineare Funktion)

P192 $\frac{1}{8} = 12.5\,\%$

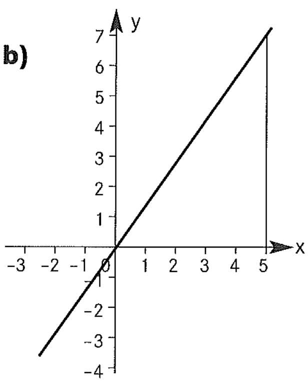


P193

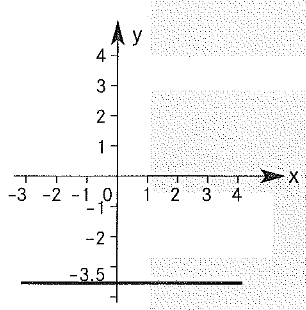
a)



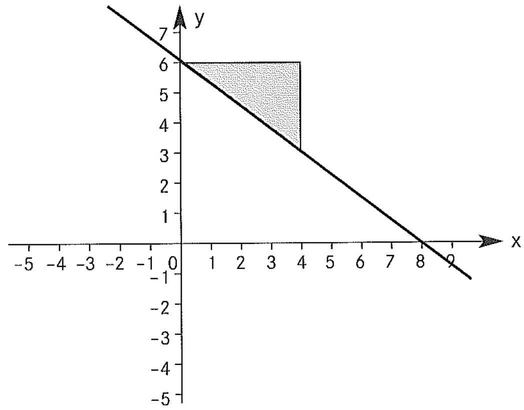
b)



c)



P194 **a)**



b) A liegt auf dem Graphen von f, B nicht.

a) Fehler im Aufgabenbuch der 1. Auflage. Es soll heissen

$f(x) = -\frac{3}{4}x + 6$

P195 **a)** $y = -x$, $x + y = 0$

b) $y = \frac{2}{3}x$, $2x - 3y = 0$

c) $y = 2x - 1$, $2x - y - 1 = 0$

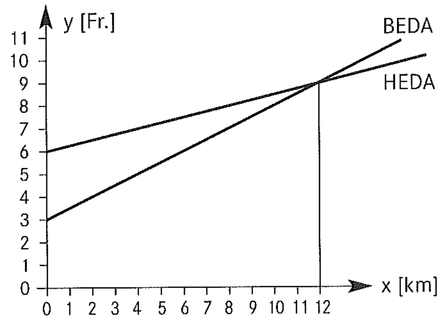
d) $y = 2$, $y - 2 = 0$

Für die Koordinatengleichung gibt es immer mehrere Lösungen. Wenn du aber etwas anderes erhalten hast, müssen in deiner Gleichung alle Zahlen um den gleichen Faktor grösser oder kleiner sein als hier angegeben.

P196 $4x + 5y - 28 = 0$

P197 **a)** $4x - 3y + 6 = 0$ **b)** $3x + 4y + 6 = 0$

P198 **a)** BEDA $f(x) = 3 + 0.5x$ HEDA $g(x) = 6 + 0.25x$



b) Bis 12 km ist BEDA günstiger, ab 12 km HEDA, gleicher Preis für 12 km.

P199 **a)** ja, $f(x) = -\frac{2}{3}x + 5$

b) nein, z. B. P_1 und P_2 liegen auf dem Graphen der Funktion f: $x \mapsto \frac{3}{7}x + 3$, P_3 nicht.

P200 $f(x) = -\frac{3}{7}x + 6$

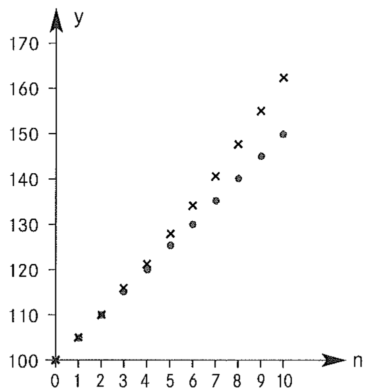
P4 Nicht lineare Funktionen

Zinseszins

P201 **a)** $y = 100 + 5x$

b) $K(n) = 100 \cdot 1.05^n$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a)	105	110	115	120	125	130	135	140	145	150
b)	105	110.25	115.76	121.55	127.63	134.01	140.71	147.75	155.13	162.89



1. Modell: Während des Jahres bleibt das Vermögen konstant. Der Zins wird erst am Ende des Jahres zum Vermögen geschlagen. Der Graph hätte Treppenform.
2. Modell: Während des Jahres wächst der Zins linear, der zum Vermögen gezählt wird. Die Punkte werden durch Strecken miteinander verbunden, der Graph ist ein Streckenzug.

P202 $K(7) = 108\,143.75$ Fr.

P203 $p = 0.04 = 4\,\%$

P204 11 620.35 Fr.

P205 $p = 0.04 = 4\,\%$

$2000 \cdot (p + 1)^{32} = 2000 + 5016$

$p = \sqrt[32]{\frac{2000 + 5016}{2000}} - 1 = \sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{1 + \frac{5016}{2000}}}}}} - 1$

P206

Anfangskapital	Zinsfuss	Jahre	Endkapital
Fr. 13 450.–	4.75 %	4	**Fr. 16 193.40**
Fr. 17 276.75	5 %	3	Fr. 20 000.–
Fr. 26 000.–	**6 %**	2	Fr. 29 213.60
Fr. 140 000.–	3 %	**2**	Fr. 148 526.–

P207 $n = 9$

$5000 \cdot 1.06^n \geq 8000$

P208 **a)** 8000 Fr. **b)** 8620.25 Fr.

P209 $p = 0.0353 = 3.53\,\%$

$K_0 \cdot q^{20} = 2K_0$
$q^{20} = 2 \Rightarrow q = \sqrt[20]{2}$

P210 Nach 35 Jahren

$K_0 \cdot 1.02^n = 2K_0$
(Für die exakte Lösung braucht es Logarithmen, aber durch Probieren findest du die Lösung auch.)

P211 **a)** 44.8 % **b)** 73.7 % **c)** 107.9 %
d) 148.3 % **e)** $[(1 + p)^n - 1] \cdot 100\,\%$

$1.025^{15} - 1 = 0.44$

P212 Bei einfachem Zins stimmt dies, nicht aber bei Zinseszins, denn $1.005^{12} = 1.0617 > 1.06$.

P213 Zins bis Ende 2001 (für 9.5 Monate): 16.90 Fr.
Zins bis 15.10. 2002 (für 9.5 Monate): 17.55 Fr.
Kapital am 15.10.2002: 484.45 Fr.

P214 Bei 1 %: 439 286 205.3 Fr., bei 4 %: $1.1659 \cdot 10^{34}$ Fr.
Dies ergibt etwa 130 000 gefüllte goldene Erdkugeln.

Erdmasse $5.976 \cdot 10^{24}$ kg à 15 000 Fr./kg Gold ergibt den Preis von $8.964 \cdot 10^{28}$ Fr. für eine Erdkugel.

P215 Herr Albrecht: Zins 10 000 Fr., Kapital 20 000 Fr.

$K_0 \cdot 2$

Frau Christen: Kapital 22 500 Fr.
Zins für das erste halbe Jahr: 5000 Fr.

$K_0 \cdot \left(1+\frac{1}{2}\right)^2$

Frau Gut: Kapital 23 703.70 Fr.

$K_0 \cdot \left(1+\frac{1}{3}\right)^3$

Herr Schmidt: 26 130.35 Fr.

$K_0 \cdot \left(1+\frac{1}{12}\right)^{12}$

Tägliche Verzinsung: 27 145.65 Fr.

$K_0 \cdot \left(1+\frac{1}{365}\right)^{365}$

Stündliche Verzinsung: 27 181.25 Fr.

$K_0 \cdot \left(1+\frac{1}{8760}\right)^{8760}$

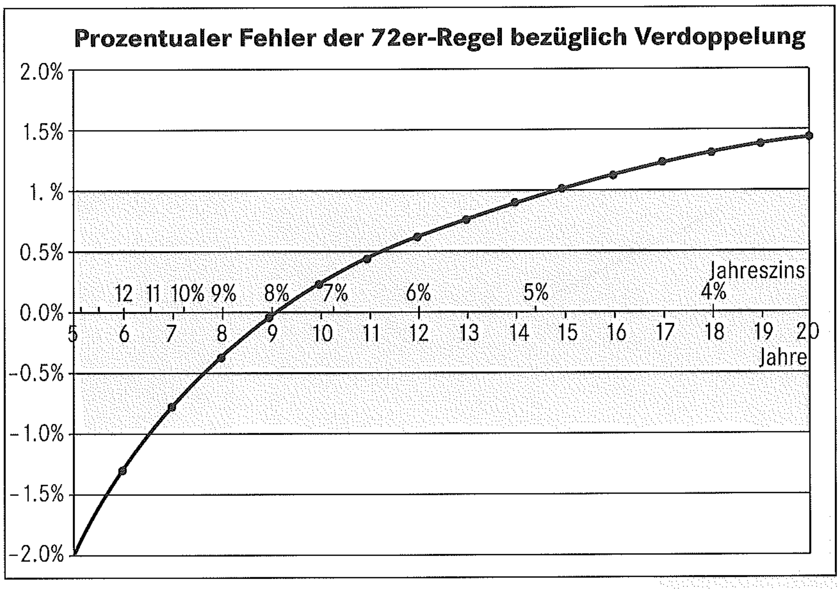
...

$\downarrow$

Stetige Verzinsung 27 182.80 Fr.
Das Kapital wird also nicht beliebig hoch.

$K_0 \cdot e$
(e heisst Eulersche Zahl. $e \approx 2.71828$ ist irrational.)

P216 Betrachten wir ein paar Einzelfälle:
15 Jahre zu 4.8 % ergibt $(1.048)^{15} = 2.020$, also 1.01 % zu viel.
12 Jahre zu 6 % ergibt $(1.06)^{12} = 2.012$, also 0.61 % zu viel.
9 Jahre zu 8 % ergibt $(1.09)^8 = 1.993$, also 0.37 % zu wenig.
6 Jahre zu 12 % ergibt $(1.12)^6 = 1.974$, also 1.3 % zu wenig.
Die folgende Grafik zeigt den prozentualen Fehler bei einer gewissen Laufzeit und entsprechendem Zinssatz. Der Fehler der Genauigkeit der Verdoppelung liegt also im Bereich $6\frac{1}{2}$ bis knapp 15 Jahre unter 1 %.



P217 K_0 = 13 476.80

P218 K_1 = 4578.65 K_2 = 6134.10
Barwert 10 712.75 Fr.

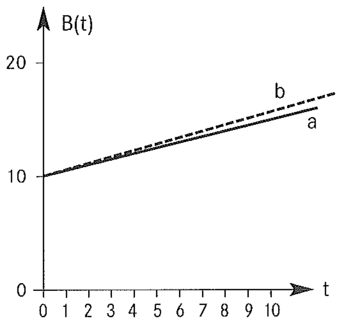
P219 Ablösewert:
50 000 Fr. + 103 660.50 Fr. = 153 660.50 Fr.

Wachstum und Zerfall

P220 Die Sprunghöhe wird jedes Mal auf $\frac{2}{5}$ der vorherigen Höhe reduziert.
Nächste Höhe ist somit 32 cm · $\frac{2}{5}$ = 12.8 cm
Theoretisch nie, praktisch nach etwa 10 Sprüngen.

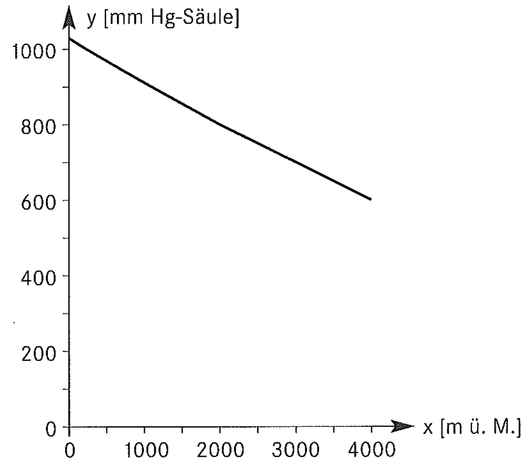
P221 **a)** lineare Funktion B(t) = 10 + 0.5t
b) $B(t) = 10 \cdot 1.05^t$

	Jahr (t)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a)	B(t)	10.5	11	11.5	12	12.5	13	13.5	14	14.5	15
b)	B(t)	10.5	11.0	11.6	12.2	12.8	13.4	14.1	14.8	15.5	16.3



P222

x	0	200	300	400	500	1000	1500	2000	2500	3000	4000
f(x)	1034	1007.3	994.2	981.3	968.5	907.2	849.7	795.9	745.5	698.3	612.6



P223 Richtige Antwort: nach 5 Wochen
Falsche Antwort: nach 3 Wochen; falsch, da keine Linearität vorliegt.

P224 **a)** nach 40 min
b) nach 70 min
Um wie viel Prozent vermehren sich die Bakterien in 1 min? Durch Probieren findest du:
$1.0184^{10} = 1.20$
Also vermehren sie sich um 1.84 % pro Minute.
Die minutengenauen Lösungen sind:
a) 38 min, **b)** 61 min.

$1.2^x \geq 2$
$1.2^x \geq 3$

P225 **a)** $B(1) = 10\,000 + 10\,000 \cdot 0.02 = 10\,000(1 + 0.02)$
$= 10\,000 \cdot 1.02 = 10\,200$
$B(2) = B(1) \cdot 1.02 = 10\,404$ $(= 10\,000 \cdot 1.02^2)$
$B(3) = B(2) \cdot 1.02 = 10\,612$ $(= 10\,000 \cdot 1.02^3)$
$B(4) = B(3) \cdot 1.02 = 10\,824$ $(= 10\,000 \cdot 1.02^4)$
b) $B(t) = 10\,000 \cdot (1 + 0.02)^t$
c) $q = 1.02 = 1 + 0.02 = 1 + p$

P226 **a)** $B(1) = 25\,000 - 25\,000 \cdot 0.2 = 25\,000 \cdot (1 - 0.2)$
$= 25\,000 \cdot 0.8 = 20\,000$
$B(2) = B(1) \cdot 0.8 = 16\,000$ $(= 25\,000 \cdot 0.8^2)$
$B(3) = B(2) \cdot 0.8 = 12\,800$ $(= 25\,000 \cdot 0.8^3)$
$B(4) = B(3) \cdot 0.8 = 10\,240$ $(= 25\,000 \cdot 0.8^4)$
b) $B(t) = 25\,000 \cdot (1 - 0.2)t = 25\,000 \cdot 0.8^t$
c) $q = 0.8 = 1 - 0.2 = 1 - p$

P227 B_0 = ca. 870 Steinböcke

$B_0 \cdot (1 + 0.06)^{30} = 5000$

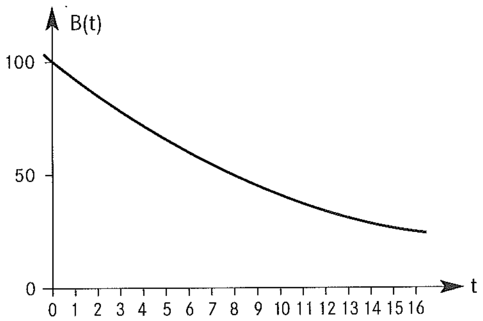
P228 **a)** $q = 0.917$

t	0	1	2	4	8
B(t)	100	92	84	71	50

$100 \cdot q^8 = 50$ oder $q^8 = 0.5$,

also $q = \sqrt[8]{0.5} = \dfrac{1}{\sqrt{\sqrt{\sqrt{2}}}}$

$B(1) = 100 \cdot q = \ldots$
$B(2) = 100 \cdot q^2 = \ldots$
...



b) $p = 1 - q = 0.083$

$B(t) = 100 \cdot 0.917^t = 100 \cdot (1 - 0.083)^t$

P229 $P = 20.5\,\%$

$B(8) = 32,\ B_0 = 200$

$q = 1 - p = \sqrt[8]{\frac{32}{200}}$

Eine andere Art nicht linearen Wachstums

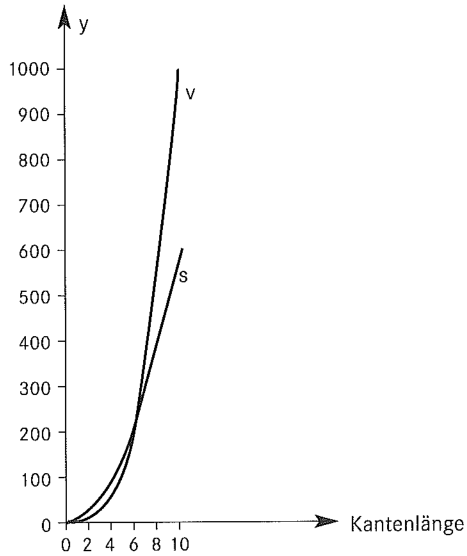
P230

a)

Kantenlänge	2	4	6	8	10
Oberflächenmasszahl	24	96	216	384	600
Volumenmasszahl	8	64	216	512	1000

b) Wenn die Kantenlänge verdoppelt wird, wird S viermal, aber V achtmal so gross. V wächst also viel schneller.

c)



d) nein, die Oberfläche (Wärmeverlust) ist im Verhältnis zum Volumen (Wärmeproduktion) zu gross (siehe obige Tabelle)

e) Elefant: grosses Volumen, relativ kleine Oberfläche Die Maus hat im Verhältnis zum kleinen Volumen eine grosse Oberfläche und muss durch die Nahrung den Wärmeverlust kompensieren können.

P231 $f(x) = x^3$

$f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x}$

P232 $h = V : G = 1 : 0.25 = 4$ dm

$h(x) = \frac{1}{x^2}$

P233 **a)** 50, 200, 800 m
$y = 2x^2$
b) 5, 7.07, 10 s
$y = \sqrt{\frac{x}{2}}$

P234 Sie sinkt auf $\frac{1}{4}$ bzw. $\frac{1}{9}$. $6.67 \cdot 10^{-13}$ N

P235

	Zeit (in h)	0	1	2	3	4	5	6	7	8
a)	Zunahme einer Bakterienkultur (in cm^3)	1	4	**16**	64	256	1024	**4096**	**16 384**	65 536
b)	Füllhöhe eines Wasserbeckens (in cm)	0	24	48	**72**	96	120	**144**	**168**	**192**
c)	Ausbreitung eines Gerüchtes (Anz. Pers.)	1	10	100	$\mathbf{10^3}$	10^4	10^5	10^6	10^7	10^8

a) nicht linear, **b)** linear, **c)** nicht linear

P236 **a)** Die vorhandene Geldmenge nimmt linear ab.
(Die Auslagen sind konstant.)
b) Die Gewichtsabnahme des Vaters ist nicht linear.
c) Das Gewicht des Babys nimmt linear zu.
d) Die Wissensabnahme des Grossvaters ist nicht linear.

P237 **a)**

	0	1	2	3	4	5	6	7
(1)	15	20	25	30	35	40	45	50
(2)	0.05	0.10	0.20	0.40	0.80	1.60	3.20	6.40

	8	9	10	11	12	13	14
(1)	55	60	65	70	75	80	85
(2)	12.80	25.60	51.20	102.40	204.80	409.60	819.20

Folgende Tabelle zeigt die Geldsumme am Tag t:

	0	1	2	3	4	5	6	7
(1)	15	35	60	90	125	165	210	260
(2)	0.05	0.15	0.35	0.75	1.55	3.15	6.35	12.75

	8	9	10	11	12	13	14
(1)	315	375	440	510	585	665	750
(2)	25.55	51.15	102.35	204.75	409.55	819.15	1638.35

Angebot (2) ist besser

b) (1) $B(t) = 15 + 5t$
(2) $B(t) = 0.05 \cdot 2^t$
c) (1) lineares Wachstum, (2) nicht lineares Wachstum

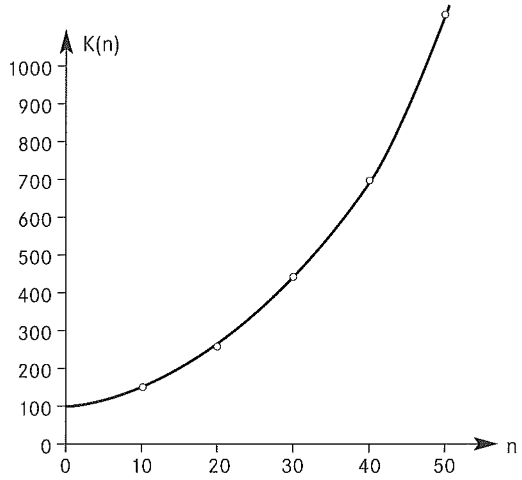
P238 **a)** lineares Wachstum **b)** –

P239 –

Kontrollaufgaben

P240

n	1	2	3	4	5	10	20	50
K(n)	105	110.25	115.75	121.55	127.65	162.90	265.35	1146.75



P241 $K_0 = 15\,685.30$ Fr.

P242 $p = 3.5\,\%$

P243 $150\,000 = K_{01} \cdot 1.045^3$

$K_{01} = 131\,444.50$

$150\,000 = K_{02} \cdot 1.045^4$

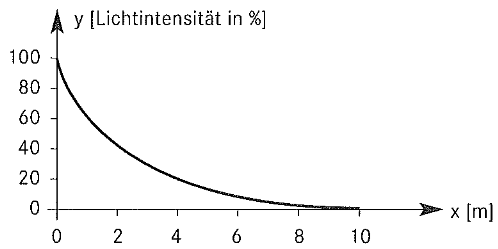
$K_{02} = 125\,784.20$

Die Abfindung beträgt

$250\,000 + 131\,444.50 + 125\,784.20 = 507\,228.70$ Fr.

P244

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
f(x)	0.6	0.36	0.22	0.13	0.08	0.05	0.03	0.02	0.01	0.006



P245 **a)** nicht linear **b)** linear **c)** nicht linear